

Reflektierter Lichtstrahl Abiturprüfung LK Bayern 2014

In einem kartesischen Koordinatensystem legen die Punkte $A(4 \mid 0 \mid 0)$, $B(0 \mid 4 \mid 0)$ und $C(0 \mid 0 \mid 4)$ das Dreieck ABC fest, das in der Ebene $E: x_1 + x_2 + x_3 = 4$ liegt.

a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

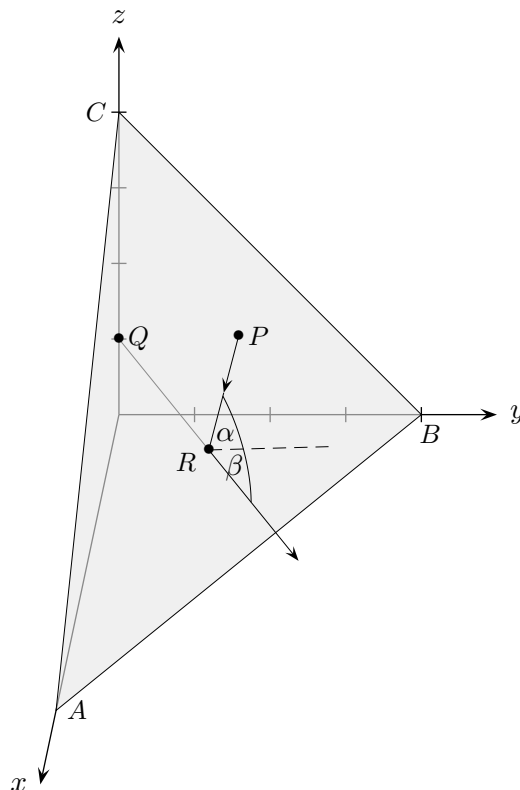
Das Dreieck ABC stellt modellhaft einen Spiegel dar. Der Punkt $P(2 \mid 2 \mid 3)$ gibt im Modell die Position einer Lichtquelle an, von der ein Lichtstrahl ausgeht.

Die Richtung dieses Lichtstrahls wird im Modell durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ beschrieben.

b) Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, entlang derer der Lichtstrahl im Modell verläuft. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts R , in dem g die Ebene E schneidet, und begründen Sie, dass der Lichtstrahl auf dem dreieckigen Spiegel auftrifft.

[zur Kontrolle: $R(1,5 \mid 1,5 \mid 1)$]

Der einfallende Lichtstrahl wird in demjenigen Punkt des Spiegels reflektiert, der im Modell durch den Punkt R dargestellt wird. Der reflektierte Lichtstrahl geht für einen Beobachter scheinbar von einer Lichtquelle aus, deren Position im Modell durch den Punkt $Q(0 \mid 0 \mid 1)$ beschrieben wird (vgl. Abbildung).



c) Zeigen Sie, dass die Punkte P und Q bezüglich der Ebene E symmetrisch sind.

Das Lot zur Ebene E im Punkt R wird als Einfallslot bezeichnet.

- d) Die beiden Geraden, entlang derer der einfallende und der reflektierte Lichtstrahl im Modell verlaufen, liegen in einer Ebene F . Ermitteln Sie eine Gleichung von F in Normalenform. Weisen Sie nach, dass das Einfallslot ebenfalls in der Ebene F liegt.

[mögliches Teilergebnis: $F: x_1 - x_2 = 0$]

- e) Zeigen Sie, dass die Größe des Winkels β zwischen reflektiertem Lichtstrahl und Einfallslot mit der Größe des Winkels α zwischen einfallendem Lichtstrahl und Einfallslot übereinstimmt.

Reflektierter Lichtstrahl Abiturprüfung LK Bayern 2014

In einem kartesischen Koordinatensystem legen die Punkte $A(4 | 0 | 0)$, $B(0 | 4 | 0)$ und $C(0 | 0 | 4)$ das Dreieck ABC fest, das in der Ebene $E: x_1 + x_2 + x_3 = 4$ liegt.

- a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC . $A = 8\sqrt{3}$

Das Dreieck ABC stellt modellhaft einen Spiegel dar. Der Punkt $P(2 | 2 | 3)$ gibt im Modell die Position einer Lichtquelle an, von der ein Lichtstrahl ausgeht.

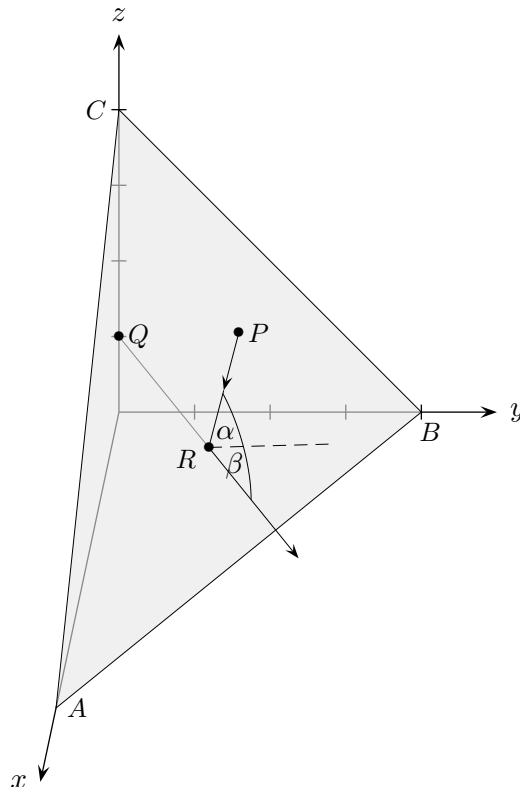
Die Richtung dieses Lichtstrahls wird im Modell durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ beschrieben.

- b) Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, entlang derer der Lichtstrahl im Modell verläuft. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts R , in dem g die Ebene E schneidet, und begründen Sie, dass der Lichtstrahl auf dem dreieckigen Spiegel auftrifft.

[zur Kontrolle: $R(1,5 | 1,5 | 1)$]

An den x - und y -Koordinaten von R ist zu erkennen, dass der Lichtstrahl auf den Spiegel trifft.

Der einfallende Lichtstrahl wird in demjenigen Punkt des Spiegels reflektiert, der im Modell durch den Punkt R dargestellt wird. Der reflektierte Lichtstrahl geht für einen Beobachter scheinbar von einer Lichtquelle aus, deren Position im Modell durch den Punkt $Q(0 | 0 | 1)$ beschrieben wird (vgl. Abbildung).



- c) Zeigen Sie, dass die Punkte P und Q bezüglich der Ebene E symmetrisch sind.

$$\vec{PQ} \perp E$$

Für den Mittelpunkt $M(1 \mid 1 \mid 2)$ der Strecke \overline{PQ} gilt: $M \in E$.

Das Lot zur Ebene E im Punkt R wird als Einfallslot bezeichnet.

- d) Die beiden Geraden, entlang derer der einfallende und der reflektierte Lichtstrahl im Modell verlaufen, liegen in einer Ebene F . Ermitteln Sie eine Gleichung von F in Normalenform. Weisen Sie nach, dass das Einfallslot ebenfalls in der Ebene F liegt.

[mögliches Teilergebnis: $F: x_1 - x_2 = 0$]

$$\text{Richtungsvektor des reflektierten Strahls: } \vec{QR} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- e) Zeigen Sie, dass die Größe des Winkels β zwischen reflektiertem Lichtstrahl und Einfallslot mit der Größe des Winkels α zwischen einfallendem Lichtstrahl und Einfallslot übereinstimmt.

$$\text{Richtungsvektor des Einfallslots (siehe } E\text{): } \vec{QR} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \beta = 35,3^\circ$$