Gebiet L 1 **Aufgabe 1.1**
Analysis

Gegeben sind Funktionen f_a durch

$$f_a(x) = e^{2x} - 2ae^x + \frac{3}{4}a^2 \; ; \quad x \in R,\; a \in R\,.$$

Ihre Graphen werden mit G_a bezeichnet.

a) Untersuchen Sie die Funktion f_2 auf Monotonie sowie ihr Verhalten für $x \to \pm\infty$ und geben Sie eine Gleichung der Asymptote an.

Ermitteln Sie vom Graphen G_2 die Koordinaten der Schnittpunkte mit der x-Achse, die Art und Lage der lokalen Extrempunkte und geben Sie die Koordinaten der Wendepunkte an.

Zeichnen Sie den Graphen G_2 im Intervall $-4 \le x \le 1{,}5$.

b) Begründen Sie, dass die Funktionen f_a für $a < 0$ keine Nullstellen besitzen.

Weisen Sie nach, dass in Abhängigkeit vom Wert des Parameters a für $a > 0$ jede reelle Zahl Nullstelle einer Funktion f_a sein kann.

Ermitteln Sie eine Gleichung der Kurve, auf der die lokalen Extrempunkte der Graphen G_a liegen (Ortskurve).

c) Die Graphen G_2 und G_{-2}, die y-Achse sowie die Gerade mit der Gleichung $x = u$ ($u < 0$) begrenzen eine Fläche A_u vollständig.

Berechnen Sie die Maßzahl des Inhalts der Fläche A_u in Abhängigkeit von u sowie deren Grenzwert für $u \to -\infty$.

d) Der Graph G_2 beschreibe im Intervall $0 \le x \le \ln 3$ modellhaft den Querschnitt eines Flusstales. Dabei entspricht eine Einheit im Koordinatensystem 50 m im Gelände.

Berechnen Sie das Fassungsvermögen (in m³) für einen 45 m langen, geradlinigen Flussabschnitt.

Gebiet L 1 **Aufgabe 1.2**
Analysis

Gegeben sind die Funktionen f_a durch

$$y = f_a(x) = \frac{10x}{(x+a)^2} \qquad \text{mit} \quad x, a \in R \ \text{ und } \ x \neq -a.$$

Die zugehörigen Graphen werden mit F_a bezeichnet.

a) Ermitteln Sie die Nullstellen und die Polstellen der Funktionen f_a und untersuchen Sie das Verhalten der Funktionen f_a für $x \to \pm\infty$.

Ermitteln Sie die Art und die Lage der lokalen Extrempunkte der Graphen F_a für die Fälle $a < 0$, $a = 0$ und $a > 0$.

Begründen Sie, dass unabhängig vom Wert des Parameters a die Graphen F_a weder im II. noch im IV. Quadranten liegen können.

Zeichnen Sie den Graphen F_1 im Intervall $-8 \leq x \leq 8$.

Weisen Sie nach, dass $f_a(x) = -f_{-a}(-x)$ gilt und interpretieren Sie diese Gleichung mit Blick auf die Graphen der Funktionen f_a und f_{-a}.

b) Weisen Sie nach, dass die Funktion g mit $y = g(x) = 10 \cdot \ln(-x-1) + \dfrac{10}{x+1}$ eine Stammfunktion der Funktion f_1 für $x < -1$ ist.

Stellen Sie eine Gleichung für die Tangente t an den Graphen F_1 an der Stelle $x = 0$ auf.

Ermitteln Sie die Maßzahl des Inhalts der Fläche, die von der x-Achse, dem Graphen F_1, der Tangente t und der Geraden mit der Gleichung $x = -5$ eingeschlossen wird.

c) Es gilt folgender Satz:

Ist f eine im Intervall $[x_1; x_2]$ differenzierbare Funktion, so gibt es zwischen x_1 und x_2 eine Stelle x_z, für die gilt: $f'(x_z) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Erklären Sie diesen Satz am Beispiel der Funktion f_1 für $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$.

Ermitteln Sie für dieses Beispiel eine Stelle x_z mit Hilfe eines Näherungsverfahrens (auf Hundertstel genau).

Gebiet L 2

Aufgabe 2.1
Analytische Geometrie

Das Dach eines Ausstellungspavillons hat die Form einer dreiseitigen Pyramide mit den Eckpunkten
$A(16 \mid -13 \mid 4)$, $B(8 \mid 11 \mid 4)$,
$C(0 \mid -5 \mid 2)$ und $D(6 \mid -3 \mid 12)$.
Eine Einheit im kartesischen Koordinatensystem entspricht einem Meter.
Die x-y-Ebene beschreibt die Horizontalebene, in der die Grundfläche des Pavillons liegt.

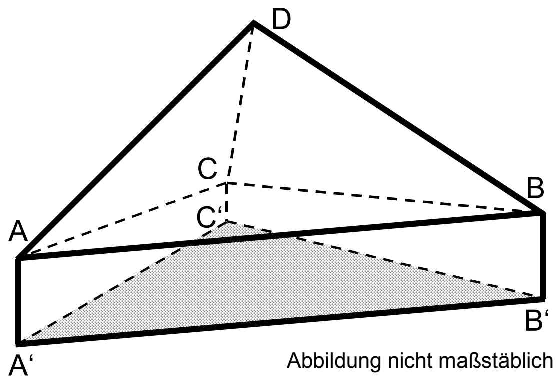


Abbildung nicht maßstäblich

a) Die Punkte A, B und D bestimmen eine Ebene E.

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene.

Berechnen Sie das Gradmaß des Neigungswinkels der Dachfläche ABD zur Grundfläche.

b) Zeigen Sie, dass zwei Dachflächen zueinander symmetrisch bezüglich der Ebene F mit der Gleichung $x - 3y - 15 = 0$ liegen.

Berechnen Sie den Inhalt der gesamten Dachfläche.

An einem im Punkt D befestigten, 5 Meter langen Seil soll an dessen Ende im Punkt L ein Beleuchtungskörper aufgehängt werden.

c) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes L und berechnen Sie den Abstand dieses Punktes von der Dachfläche ABD.

d) Die Grundfläche des Pavillons hat die Form eines Dreiecks mit den Eckpunkten A', B' und C'. Diese Punkte können als Fußpunkte der Lote von den Punkten A, B und C auf die x-y-Ebene betrachtet werden; der Punkt D' sei Fußpunkt des Lotes vom Punkt D auf die x-y-Ebene.

Weisen Sie nach, dass der Punkt D' auf der Mittelsenkrechten der Seite $\overline{A'B'}$ des Dreiecks $A'B'C'$ liegt.

Aus technischen Gründen interessiert, ob der Punkt D' Schnittpunkt der Mittelsenkrechten des Dreiecks $A'B'C'$ ist.
Untersuchen Sie diesen Sachverhalt.

Gebiet L 2

Aufgabe 2.2
Analytische Geometrie

Gegeben seien in einem kartesischen Koordinatensystem die Punkte

A(–5 | –4 | 44), B(4 | –4 | 47), C(4 | 1 | 52), D(–5 | 4 | 52) und S(4 | 16 | 32).

a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C nicht auf ein und derselben Geraden liegen und ermitteln Sie eine Gleichung der durch diese Punkte aufgespannten Ebene E.

b) Weisen Sie nach, dass die Punkte A, B, C und D ein Sehnenviereck ABCD bilden.

Beleuchtet man die Punkte A, B, C und D aus einer im Punkt S befindlichen punktförmigen Lichtquelle, so entstehen in der x-y-Ebene Schattenbilder.

c) Ermitteln Sie das Gradmaß des Schnittwinkels der Ebene E mit der x-y-Ebene.

   Geben Sie eine begründete Vermutung an, ob das entstehende Schattenbild des Umkreises des Sehnenviereckes ABCD ein Kreis sein kann.

d) Die gegebenen fünf Punkte seien die Eckpunkte einer Pyramide P_1 mit der Spitze S. Berechnen Sie die Maßzahl des Volumens der Pyramide P_1.

   Die Seitenkanten der Pyramide P_1 liegen auf den Seitenkanten einer Pyramide P_2 mit der Spitze S, die zur gegebenen Pyramide ähnlich ist.
   Geben Sie die Gleichung jener Ebene $\overline{E}$ an, auf der die Pyramide P_2 stehen muss, wenn das Volumen der Pyramide P_2 das Achtfache des Volumens der Pyramide P_1 betragen soll.

Gebiet L 3 **Aufgabe 3.1**
Stochastik

Eine Elektronikfirma stellt wiederbeschreibbare CD-ROM (CDR) her. Diese werden in Packungen zu je 10 Stück an Händler geliefert.

a) Ein Händler bestellt eine Lieferung mit 50 Packungen. Er entnimmt jeder Packung zufällig drei CDR zur Überprüfung. Der Händler will eine Packung nur dann annehmen, wenn keine der überprüften CDR fehlerhaft ist.

   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse:
   A: Eine Packung wird angenommen, obwohl sie (genau) eine fehlerhafte CDR enthält.
   B: Es werden alle Packungen angenommen, obwohl jede der Packungen (genau) eine fehlerhafte CDR enthält.

b) Eine CDR ist nach Herstellerangaben mit der Wahrscheinlichkeit von 10 % fehlerhaft. Es werden die Fehler F1 und F2 unterschieden. Der Fehler F1 tritt mit der Wahrscheinlichkeit 4 % auf. Gemeinsam kommen die beiden Fehler F1 und F2 mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 % vor.

   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Fehlers F2 und untersuchen Sie die beiden Fehler F1 und F2 auf stochastische Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit.

c) Die Elektronikfirma hat die Qualität der CDR verbessert; nach Herstellerangaben ist eine CDR nun noch mit der Wahrscheinlichkeit von 5 % fehlerhaft.
   Ein Händler will die 5%-Angabe überprüfen. Er entnimmt dazu aus einer großen Lieferung zufällig 100 CDR.

   Ermitteln Sie in einem rechtsseitigen Signifikanztest den Ablehnungsbereich $\overline{A}$ für die Nullhypothese „H_0: $p_0 = 0{,}05$“ auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0{,}05$.

   Im Folgenden wird die Funktion g mit $g(p) = B_{100;\,p}(\overline{A}) = 1 - B_{100;\,p}(A)$ betrachtet.
   Berechnen Sie die in der Wertetabelle fehlenden Funktionswerte und zeichnen Sie den Graphen der Funktion g im Intervall $0 \le p \le 0{,}4$ $(p \in R)$ in ein kartesisches Koordinatensystem.

p	0	0,04	0,05	0,1	$\frac{1}{6}$	0,2	0,3	0,4
g(p)	0	0,00684	0,02819				1	1

   Formulieren Sie eine Wortvorschrift für die durch die Funktion g beschriebene Zuordnung und – an Hand des Graphen – eine Aussage zur Güte dieses Signifikanztests.

Gebiet L 3 **Aufgabe 3.2**
Stochastik

Eine regionale Umfrage unter jugendlichen Handynutzern hat ergeben:
- 75 % dieser Jugendlichen nutzen ein Handy ohne vertragliche Bindung.
- 5 % dieser Jugendlichen nutzen ein Handy mit Tasche.
- 10 % dieser Jugendlichen wollen später eine Tasche für ihr Handy kaufen.

a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 jugendlichen Kaufinteressenten
- mehr als 75 ein Handy ohne vertragliche Bindung,
- mindestens 90 ein Handy ohne Tasche,
- höchstens 20 später eine Tasche für das Handy

kaufen wollen.

b) Die Aktualität der Ergebnisse der Umfrage soll unter 200 jugendlichen Handynutzern anhand eines zweiseitigen Signifikanztests unter Annahme von Binomialverteilung überprüft werden.

Begründen Sie, warum die Durchführung des Signifikanztests als zweiseitiger Test zweckmäßig ist.

Entwickeln Sie einen zweiseitigen Signifikanztest zur Überprüfung der Nullhypothese „75 % der jugendlichen Handynutzer nutzen ein Handy ohne vertragliche Bindung“ auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0{,}05$ und geben Sie den Ablehnungsbereich an.

Für Handys sind Lithium-Ionen-Akkus (A1) und Nickel-Metall-Hybrid-Akkus (A2) gebräuchlich. Ein Akku-Hersteller bietet 200 Akkus A1 und 200 Akkus A2 sehr preisgünstig an. Bei den angebotenen Akkus muss unabhängig voneinander bei A1 mit 5 % und bei A2 mit 10 % Ausschuss-Akkus gerechnet werden.
Die Zufallsgröße X_1 beschreibe die Anzahl der Ausschuss-Akkus unter den Akkus A1, die Zufallsgröße X_2 deren Anzahl unter den Akkus A2.

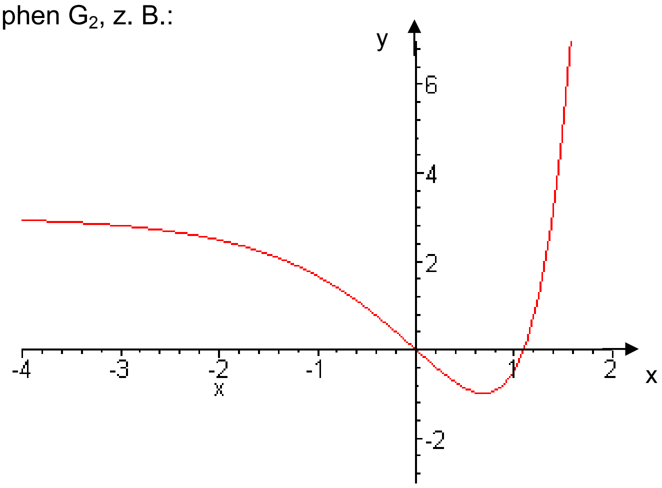
c) Begründen Sie, dass die Zufallsgrößen X_1 und X_2 jeweils binomialverteilt sind und berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der beiden Zufallsgrößen.

Es gilt folgender Satz:
Wenn Zufallsgrößen X_1, X_2 und $X_1 + X_2$ binomialverteilt sind, dann gilt für die Erwartungswerte $E(X_1+X_2) = E(X_1) + E(X_2)$ ***und*** *für die Varianzen $V(X_1+X_2) = V(X_1) + V(X_2)$.*

Die Zufallsgröße $X = X_1 + X_2$ beschreibe die Anzahl der Ausschuss-Akkus unter den 400 Akkus insgesamt.
Weisen Sie unter Verwendung des Satzes nach, dass die Zufallsgröße X nicht binomialverteilt sein kann.

Gebiet L 1

Aufgabe 1.1
Analysis

<table>
<tr><th>Auf-
gabe</th><th>BE</th><th>Hinweise, Lösungen</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>7</td><td>Untersuchen auf Monotonie, Verhalten für $x \to \pm\infty$, Gleichung der Asymptote, z. B.:
$f_2'(x) < 0$ für x < ln 2 $\Rightarrow$ monoton fallend
$f_2'(x) > 0$ für x > ln 2 $\Rightarrow$ monoton steigend
$\lim\limits_{x\to-\infty} f_2(x) = 3$ bzw. $\lim\limits_{x\to\infty} f_2(x) = \infty$
waagerechte Asymptote: y = 3</td></tr>
<tr><td></td><td>9</td><td>Ermitteln der Punkte, z. B.:
Schnittpunkte mit x-Achse: $S_{x_1}(0\,|\,0)$ bzw. $S_{x_2}(\ln 3\,|\,0)$
hinreichendes Kriterium für Tiefpunkt T (ln 2 | –1) erfüllt, wobei $f_2''(\ln 2) = 8$
hinreichendes Kriterium für Wendepunkt W (0 | 0) erfüllt, wobei $f_2'''(0) = 4$</td></tr>
<tr><td></td><td>4</td><td>Zeichnen des Graphen G_2, z. B.:

</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>2</td><td>Begründen für a < 0, z. B.:
$f_a(x) > 0$ für alle a < 0 $\Rightarrow$ keine Nullstellen</td></tr>
<tr><td></td><td>5</td><td>Nachweisen für a > 0, z. B.:
$x_1 = \ln\frac{3}{2}a$ und $x_2 = \ln\frac{1}{2}a$ $\Rightarrow$ Für alle a > 0 kann jede Stelle auf der x-Achse Nullstelle von f_a sein.</td></tr>
<tr><td></td><td>7</td><td>Ermitteln einer Gleichung der Ortskurve, z. B.:
$y = -0{,}25e^{2x}$</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>5</td><td>Berechnen der Maßzahl der Fläche A_u und des Grenzwertes, z. B.:
$A_u = \int\limits_u^0 (f_{-2}(x) - f_2(x))dx = \int\limits_u^0 8e^x dx = 8 - 8e^u$
$\lim\limits_{u\to-\infty} A_u = 8$</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>6</td><td>Berechnen des Fassungsvermögens des Flussabschnittes, z. B.:
$\left|\int\limits_0^{\ln 3} \left(e^{2x} - 4e^x + 3\right)dx\right| = \left|3 \cdot \ln 3 - 4\right| \approx 0{,}7042$
Inhalt der Querschnittsfläche: $A \approx 1761\ m^2$; Fassungsvermögen: $\approx 79200\ m^3$</td></tr>
<tr><td></td><td>**45**</td><td></td></tr>
</table>

Gebiet L 1 **Aufgabe 1.2**
Analysis

Auf-gabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	4	Ermitteln der Nullstellen und Polstellen und Untersuchen des Verhaltens von f_a für $x \to \pm\infty$, z. B.: Nullstelle $x_N = 0$; Polstelle $x_p = -a$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f_a(x) = 0$
	11	Ermitteln von Art und Lage der lokalen Extrempunkte, z. B.: Ableitungen: $f_a{}'(x) = 10\dfrac{a-x}{(x+a)^3}$; $f_a{}''(x) = 20\dfrac{x-2a}{(x+a)^4}$ Fall a > 0: Hochpunkt $H(a \mid \frac{5}{2a})$, da $f_a{}''(a) = -\frac{5}{4a^3} < 0$ Fall a = 0: Kein lokaler Extrempunkt, da $f_0(x) = \frac{10}{x}$ Fall a < 0: Tiefpunkt $T(a \mid \frac{5}{2a})$, da $f_a{}''(a) = -\frac{5}{4a^3} > 0$
	2	Begründen, dass F_a weder im II. noch im IV. Quadranten liegen kann, z. B.: für x > 0 ist stets $f_a(x) > 0$ (Zähler und Nenner positiv), also I. Quadrant für x < 0 ist stets $f_a(x) < 0$ (Zähler negativ und Nenner positiv), also III. Quadrant
	4	Zeichnen des Graphen F_1
	4	Nachweisen, dass $f_a(x) = -f_{-a}(-x)$ gilt und Interpretieren, z. B.: $f_{-a}(-x) = \dfrac{10\cdot(-x)}{(-x-a)^2} = -\dfrac{10x}{(x+a)^2} = -f_a(x)$ Die Graphen von f_a und f_{-a} sind punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.
b)	2	Nachweisen, dass g eine Stammfunktion von f_0 ist, z. B.: $g'(x) = f_0(x)$
	2	Aufstellen einer Gleichung der Tangente t, z. B.: y = 10x
	6	Ermitteln der Maßzahl des Flächeninhalts, z. B.: Schnittstelle der Tangente t mit F_1: $x_s = -2$ $A_1 = \left\lvert\int_{-5}^{-2} f_1(x)dx\right\rvert = \left\lvert[g(x)]_{-5}^{-2}\right\rvert = 10(\ln 4 + \frac{3}{4}) \approx 21{,}36$ $A_2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\lvert f_1(-2)\rvert = 20 \quad \Rightarrow A = A_1 + A_2 \approx 41{,}36$
c)	3	Erklären der Aussage des Satzes am Beispiel, z. B.: Der rechte Term der Gleichung gibt den Anstieg der Sekante (m_s) durch die Randpunkte des Graphen F_1 im gegebenen Intervall an, hier $m_s = \frac{2}{5}$. Der linke Term der Gleichung gibt den Anstieg des Graphen F_1 an einer Stelle x_z im Inneren des Intervalls an. Es wird ausgesagt, dass es eine solche Stelle gibt mit $f_1{}'(x_z) = \frac{2}{5}$.
	7	Ermitteln einer Stelle x_z, z. B.: Aus $f_1{}'(x_z) = \frac{2}{5}$ folgt: $\dfrac{10(1-x_z)}{(x_z+1)^3} = \dfrac{2}{5} \Leftrightarrow 0 = x_z{}^3 + 3x_z{}^2 + 28x_z - 24$ $x_z = 0{,}78$
	45	

Gebiet L 2

Aufgabe 2.1
Analytische Geometrie

Auf-gabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	5	Ermitteln einer Koordinatengleichung der Ebene, z. B.: $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = 32 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = 32 \cdot \vec{n}_E$, $\vec{n}_E \cdot \overrightarrow{OA} = 90 = -d$ $\Rightarrow$ E: $6x + 2y + 5z - 90 = 0$
	3	Berechnen des Gradmaßes des Neigungswinkels, z. B.: $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{65}}$ $\Rightarrow$ $\alpha \approx 51{,}7°$
b)	5	Zeigen der Symmetrie zweier Dachflächen, z. B.: (1) $C, D \in F$ (2) $\overrightarrow{AB} \perp F$, da $\overrightarrow{AB} = -8 \cdot \vec{n}_F$ (3) $M_{\overline{AB}}\ (12 \mid -1 \mid 4) \in F$ Aus (1), (2) und (3) folgt Symmetrie der Flächen ADC und BDC bez. der Ebene F.
	5	Berechnen des Flächeninhaltes des Daches, z. B.: $A = \frac{1}{2} \cdot \mid \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} \mid + \mid \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD} \mid = 16\sqrt{65} + 4\sqrt{2210}$ Inhalt der Dachfläche: $\approx 317\ m^2$
c)	1	Ermitteln der Koordinaten des Punktes L, z. B.: $L(6 \mid -3 \mid 7)$
	4	Berechnen des Abstandes, z. B.: $d(L\ ;\ E) = \frac{25}{\sqrt{65}}$ $\Rightarrow$ Abstand: 3,10 m
d)	4	Nachweisen der Lage des Fußpunktes D', z. B.: Gerade durch $M_{\overline{A'B'}}\ (12 \mid -1 \mid 0)$ und $D'(6 \mid -3 \mid 0)$ ist Mittelsenkrechte der Dreiecksseite $\overline{A'B'}$, da $\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{D'M_{\overline{A'B'}}} = 0$ $\Rightarrow$ Der Punkt D' liegt auf der Mittelsenkrechten.
	3	Untersuchen, ob Punkt D' Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist, z. B.: $\mid \overrightarrow{D'C'} \mid = 2\sqrt{10} \neq \mid \overrightarrow{D'A'} \mid = 10\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ Der Punkt D' ist nicht Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks A'B'C' und daher nicht Schnittpunkt der Mittelsenkrechten des Dreiecks A'B'C'.
	30	

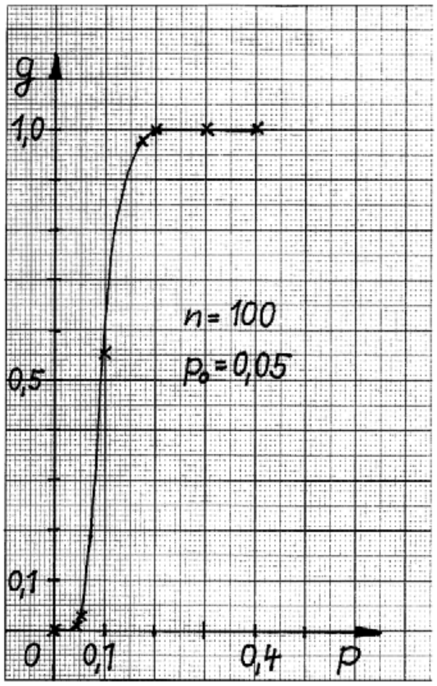
Gebiet L 2

Aufgabe 2.2
Analytische Geometrie

Auf-gabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	8	Zeigen der Nichtkollinearität der Punkte A, B und C und Ermitteln einer Ebenengleichung, z. B.: Es gibt kein $t \in R$ mit $\overrightarrow{AB} = t \cdot \overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow$ Behauptung E: $x + 3y - 3z + 149 = 0$
b)	6	Nachweisen, dass Viereck ABCD ein Sehnenviereck ist, z. B.: (1) $D \in E$ (2) $\alpha = \angle BAD$ und $\beta = \angle BCD$ sind gegenüberliegende Winkel im Viereck ABCD. (3) $\cos\alpha = \frac{1}{10}\sqrt{5}$, $\cos\beta = \frac{-1}{10}\sqrt{5} \Rightarrow \beta = 180° - \alpha \Rightarrow \alpha + \beta = 180°$ Aus (1), (2) und (3) folgt: Das Viereck ABCD ist ein Sehnenviereck.
c)	3	Berechnen des Gradmaßes, z. B.: $\angle(E;E_{xy}) \approx 46{,}5°$
	2	Angeben einer begründeten Vermutung, z. B.: Das Schattenbild kann kein Kreis sein, da die Ebenen, in denen Bild bzw. Original liegen, nicht parallel zueinander sind.
d)	8	Berechnen der Maßzahl des Volumens, z. B.: $V_1 = V_{ABDS} + V_{BCDS}$ $V_1 = \frac{1}{6}\left\lvert\left(\begin{pmatrix}9\\0\\3\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix}9\\20\\-12\end{pmatrix}\right\rvert + \frac{1}{6}\left\lvert\left(\begin{pmatrix}0\\-5\\-5\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-9\\3\\0\end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix}0\\15\\-20\end{pmatrix}\right\rvert = \frac{1365}{2}$
	3	Ermitteln einer Gleichung der Ebene $\overline{E}$, z. B.: P_2 und P_1 sind zueinander ähnliche Pyramiden mit $V_2 = k^3 \cdot V_1$. $\Rightarrow d(A'S) = 2 \cdot d(AS) \Rightarrow \overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OS} + 2 \cdot \overrightarrow{SA}$ A'(–14 | –24 | 56) $\Rightarrow$ $\overline{E}$: $x + 3y - 3z + 254 = 0$
	30	

Gebiet L 3

Aufgabe 3.1
Stochastik

Auf-gabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	5	Berechnen der Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A und B, z. B.: $P(A) = \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} = 0{,}7$ $P(B) = 0{,}7^{50} = 1{,}8 \cdot 10^{-8} \approx 0$
b)	5	Berechnen der Wahrscheinlichkeit P(F2), z. B.: $P(F1 \cup F2) = 0{,}1$; $P(F1) = 0{,}04$; $P(F1 \cap F2) = 0{,}0025$ $P(F1 \cup F2) = P(F1) + P(F2) - P(F1 \cap F2)$ $\Rightarrow P(F2) = P(F1 \cup F2) - P(F1) + P(F1 \cap F2)$; $P(F2) = 0{,}0625$
	3	Untersuchen auf stochastische Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit, z. B.: $P(F1) \cdot P(F2) = 0{,}04 \cdot 0{,}0625 = 0{,}0025$ und $P(F1 \cap F2) = 0{,}0025$; Gültigkeit des speziellen Multiplikationssatzes $\Rightarrow$ stochastische Unabhängigkeit
c)	5	Ermitteln des Ablehnungsbereichs, z. B.: ZG X beschreibe die Anzahl der fehlerhaften CDR; $X \sim B_{100;\,0,05}$ rechtsseitiger Ablehnungsbereich: $\overline{A} = \{k;\ k+1;\ ...;\ 100\}$ $P(X \geq k) = B_{100;\,0,05}(\{k;\ k+1;\ ...;\ 100\}) \leq 0{,}05$ $\Leftrightarrow P(X \geq k) = B_{100;\,0,05}(\{0;\ 1;\ ...;\ k-1\}) \geq 0{,}95 \Rightarrow k = 10$; $\overline{A} = \{10;\ 11;\ ...;\ 100\}$
	5	Berechnen der Funktionswerte und Zeichnen des Graphen, z. B.: $g(0{,}1) = 0{,}54871$ $g(\frac{1}{6}) = 0{,}97871$ $g(0{,}2) = 0{,}99767$ 
	2	Formulieren einer Wortvorschrift und einer Aussage zur Testgüte, z. B.: - Jedem Wert p wird die Wahrscheinlichkeit für das Ablehnen der H_0 zugeordnet. - Da der Graph in der Nähe von p_0 steil verläuft, ist dieser Test gut geeignet.
	25	

Gebiet L 3 **Aufgabe 3.2**
Stochastik

Auf-gabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	7	Berechnen der Wahrscheinlichkeiten, z. B.: Zufallsgröße K_1: Anzahl der Kaufinteressenten für ein Handy ohne vertragliche Bindung; $K_1 \sim B_{100;\,0,75}$ $P(K_1 > 75) = 1 - P(K_1 \le 75) = 0,46167$ Zufallsgröße K2: Anzahl der Kaufinteressenten für ein Handy ohne Tasche; K2 ~ B100; 0,95 $P(K2 \ge 90) = 1 - P(K2 \le 89) = 0,98853$ Zufallsgröße K3: Anzahl der Kaufinteressenten, die später eine Handy-Tasche kaufen; K3 ~ B100; 0,1 $P(K3 \le 20) = 0,99919$
b)	2	Begründen der Zweckmäßigkeit, z. B.: Es gibt keine Informationen zur Tendenz von Veränderungen; also kann entweder eine Zunahme oder eine Abnahme oder keine Veränderung auftreten.
	7	Entwickeln eines zweiseitigen Signifikanztests, z. B.: H_0: $p_0 = 0,75$ $n = 200$; $\frac{\alpha}{2} = 0,025$ $\overline{A} = \{0; 1; \ldots; k_L\} \cup \{k_R; k_R + 1; \ldots; 200\}$ Zufallsgröße Y: Anzahl der jugendlichen Handybesitzer, die ein Handy ohne vertragliche Bindung nutzen; $Y \sim B_{200;\,0,75}$ $P(Y \le k_L) = B_{200;\,0,75}(\{0; 1; \ldots; k_L\}) \le 0,025 \Rightarrow k_L = 137$ $P(Y \ge kR) = 1 - P(Y \le kR - 1) = 1 - B200; 0,75(\{0; 1; \ldots; kR - 1\}) \le 0,025$ $\Leftrightarrow B_{200;\,0,75}(\{0; 1; \ldots; k_R - 1\}) \ge 0,975 \Rightarrow k_R - 1 = 162; k_R = 163$ $\overline{A} = \{0; 1; \ldots; 137\} \cup \{163; 164; \ldots; 200\}$
c)	5	Begründen der Binomialverteilung und Berechnen der Erwartungswerte und Varianzen, z. B.: - jeweils genau zwei Ereignisse („Ausschuss“ bzw. „kein Ausschuss“) - Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse bleiben konstant - (stochastische) Unabhängigkeit der Ereignisse $X_1 \sim B_{200;\,0,05}$; $E(X_1) = 200 \cdot 0,05 = 10$; $V(X_1) = 200 \cdot 0,05 \cdot 0,95 = 9,5$ $X_2 \sim B_{200;\,0,10}$; $E(X_2) = 200 \cdot 0,10 = 20$; $V(X_2) = 200 \cdot 0,10 \cdot 0,90 = 18$
	4	Nachweisen, dass die Zufallsgröße X nicht binomialverteilt sein kann, z. B.: $E(X) = E(X_1) + E(X_2) = 30$; $V(X) = V(X_1) + V(X_2) = 27,50$ Wenn ZG X binomialverteilt ($X \sim B_{400;\,p}$), dann müsste gelten: $E(X) = 30 = 400 \cdot p \Rightarrow p = 0,075$ und $V(X) = 400 \cdot 0,075 \cdot 0,925 = 27,75$ Da $27,50 \ne 27,75$ ist, kann ZG X nicht binomialverteilt sein.
	25	