Bildungsreise-Aufgabe Abiturprüfung Bayern GK

3. In einer Zeitschrift wird eine Bildungsreise angeboten, an der insgesamt 22 Personen teilnehmen können.

   a) Es melden sich 30 Interessenten für die Reise.

      1) Wie viele Möglichkeiten gibt es, daraus eine Reisegruppe mit 22 Personen zusammenzustellen?

      2) Unter den 30 Interessenten sind vier Lehrer und acht Schüler. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine 22köpfige Reisegruppe mit genau zwei Lehrern und genau vier Schülern zusammenzustellen?

   b) Man weiß aus Erfahrung, dass 15 % der angemeldeten Personen kurz vor der Reise absagen. Es werden deshalb 25 Anmeldungen angenommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass am Tag der Abreise höchstens 22 der angemeldeten 25 Personen erscheinen? (Hinweis: Betrachten Sie eine geeignete Bernoulli-Kette.)

   c) Die Reisegruppe besteht aus 18 Damen und vier Herren. Neun Damen und zwei Herren wollen eine Tanzveranstaltung besuchen.

      1) Prüfen Sie durch Rechnung, ob die Ereignisse
      D = "Eine zufällig aus der Reisegruppe ausgewählte Person ist eine Dame" und
      T = "Eine zufällig aus der Reisegruppe ausgewählte Person will eine Tanzveranstaltung besuchen"
      stochastisch unabhängig sind.

      2) Die Personen, die eine Tanzveranstaltung besuchen wollen, stellen sich für ein Gruppenfoto in einer Reihe auf, wobei keine Dame am Rand stehen soll. Wie viele derartige Anordnungen gibt es?

   d) Während der in Teilaufgabe c) erwähnten Tanzveranstaltung findet eine Tombola statt, bei der laut Veranstalter 20 % der Lose Gewinnlose sind. (Hinweis: Die Zahl der Lose sei so groß, dass im Folgenden das Modell "Ziehen mit Zurücklegen" zugrunde gelegt werden kann.) Zunächst wird davon ausgegangen, dass die Behauptung des Veranstalters zutrifft.

      1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 12 Losen mindestens zwei Gewinnlose sind?

      2) Wie viele Lose muss man mindestens kaufen, um mit mehr als 90%iger Sicherheit wenigstens ein Gewinnlos zu erhalten?

      Um die Behauptung des Veranstalters zu testen, werden nun 100 Lose gekauft. Die Behauptung wird abgelehnt, wenn darunter höchstens 15 Gewinnlose sind.

      3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, die Behauptung abzulehnen, obwohl sie zutrifft?

      4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, die Behauptung anzunehmen, obwohl in Wirklichkeit nur jedes sechste Los gewinnt?

Bildungsreise-Aufgabe Lösungen

3. In einer Zeitschrift wird eine Bildungsreise angeboten, an der insgesamt 22 Personen teilnehmen können.

   a) Es melden sich 30 Interessenten für die Reise.

      1) Wie viele Möglichkeiten gibt es, daraus eine Reisegruppe mit 22 Personen zusammenzustellen? $\binom{30}{22} = 5852925$

      2) Unter den 30 Interessenten sind vier Lehrer und acht Schüler. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine 22köpfige Reisegruppe mit genau zwei Lehrern und genau vier Schülern zusammenzustellen? $\binom{4}{2} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{18}{16} = 64260$

   b) Man weiß aus Erfahrung, dass 15 % der angemeldeten Personen kurz vor der Reise absagen. Es werden deshalb 25 Anmeldungen angenommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass am Tag der Abreise höchstens 22 der angemeldeten 25 Personen erscheinen? (Hinweis: Betrachten Sie eine geeignete Bernoulli-Kette.) $n = 25,\ p = 0{,}85,\ P(X \leq 22) = 74{,}6\,\%$

   c) Die Reisegruppe besteht aus 18 Damen und vier Herren. Neun Damen und zwei Herren wollen eine Tanzveranstaltung besuchen.

      1) Prüfen Sie durch Rechnung, ob die Ereignisse
      D = “Eine zufällig aus der Reisegruppe ausgewählte Person ist eine Dame“ und
      T = “Eine zufällig aus der Reisegruppe ausgewählte Person will eine Tanzveranstaltung besuchen“
      stochastisch unabhängig sind. $P(D) \cdot P(T) = \frac{18}{22} \cdot \frac{11}{22} = \frac{9}{22} = P(D \cap T)$

      2) Die Personen, die eine Tanzveranstaltung besuchen wollen, stellen sich für ein Gruppenfoto in einer Reihe auf, wobei keine Dame am Rand stehen soll. Wie viele derartige Anordnungen gibt es? $9! \cdot 2 = 725760$

   d) Während der in Teilaufgabe c) erwähnten Tanzveranstaltung findet eine Tombola statt, bei der laut Veranstalter 20 % der Lose Gewinnlose sind. (Hinweis: Die Zahl der Lose sei so groß, dass im Folgenden das Modell “Ziehen mit Zurücklegen“ zugrunde gelegt werden kann.) Zunächst wird davon ausgegangen, dass die Behauptung des Veranstalters zutrifft.

      1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 12 Losen mindestens zwei Gewinnlose sind? $n = 12,\ p = 0{,}2,\ P(X \geq 2) = 72{,}5\,\%$

      2) Wie viele Lose muss man mindestens kaufen, um mit mehr als 90%iger Sicherheit wenigstens ein Gewinnlos zu erhalten? $1 - (1 - 0{,}2)^n > 0{,}9 \implies$ mindestens 11

   Um die Behauptung des Veranstalters zu testen, werden nun 100 Lose gekauft. Die Behauptung wird abgelehnt, wenn darunter höchstens 15 Gewinnlose sind.

      3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, die Behauptung abzulehnen, obwohl sie zutrifft? $n = 100,\ p = 0{,}2,\ P(X \leq 15) = 12{,}9\,\%$

      4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, die Behauptung anzunehmen, obwohl in Wirklichkeit nur jedes sechste Los gewinnt? $n = 100,\ p = \frac{1}{6},\ P(X > 15) = 61{,}2\,\%$

Bauteile-Aufgabe Abiturprüfung Sachsen 1995

4. Ein Betrieb hat sich auf die Produktion elektronischer Bauelemente spezialisiert. Erfahrungsgemäß sind 12 % der produzierten Bauteile defekt.

   a) Der laufenden Produktion werden 5 Bauteile entnommen.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist höchstens eines dieser Bauteile defekt?

   b) Einer Tagesproduktion von 50 Stück, die genau 6 defekte Teile enthält, werden 5 Teile entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist höchstens eines dieser Bauteile defekt?

   In diesem Betrieb wird durch ein Prüfgerät ein defektes Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,96 als defekt erkannt. Allerdings zeigt das Prüfgerät auch einwandfreie Teile fälschlicherweise mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,02 als defekt an.

   c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Prüfgerät die richtige Entscheidung trifft?

   d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt das Gerät ein der laufenden Produktion entnommenes Bauteil als defekt an?

   e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein als defekt angezeigtes Bauteil auch wirklich defekt ist?

   f) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein durch das Prüfgerät als nicht defekt angezeigtes Teil auch wirklich nicht defekt ist.

Bauteile-Aufgabe Abiturprüfung Sachsen 1995 Lösungen

4. Ein Betrieb hat sich auf die Produktion elektronischer Bauelemente spezialisiert. Erfahrungsgemäß sind 12 % der produzierten Bauteile defekt.

a) Der laufenden Produktion werden 5 Bauteile entnommen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist höchstens eines dieser Bauteile defekt?

$$P(X \leq 1) = 88{,}8\ \%$$

b) Einer Tagesproduktion von 50 Stück, die genau 6 defekte Teile enthält, werden 5 Teile entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist höchstens eines dieser Bauteile defekt?

$$\frac{\binom{6}{0} \cdot \binom{44}{5} + \binom{6}{1} \cdot \binom{44}{4}}{\binom{50}{5}} = 89{,}7\,\%$$

In diesem Betrieb wird durch ein Prüfgerät ein defektes Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,96 als defekt erkannt. Allerdings zeigt das Prüfgerät auch einwandfreie Teile fälschlicherweise mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,02 als defekt an.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Prüfgerät die richtige Entscheidung trifft?

(Baumdiagramm) $0{,}88 \cdot 0{,}98 + 0{,}12 \cdot 0{,}96 = 97{,}8\,\%$

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt das Gerät ein der laufenden Produktion entnommenes Bauteil als defekt an?

$0{,}88 \cdot 0{,}02 + 0{,}12 \cdot 0{,}96 = 13{,}3\,\%$

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein als defekt angezeigtes Bauteil auch wirklich defekt ist?

(bedingte Wahrscheinlichkeit) $\dfrac{0{,}12 \cdot 0{,}96}{0{,}1328} = 86{,}8\,\%$

f) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein durch das Prüfgerät als nicht defekt angezeigtes Teil auch wirklich nicht defekt ist.

(bedingte Wahrscheinlichkeit) $\dfrac{0{,}88 \cdot 0{,}98}{0{,}88 \cdot 0{,}98 + 0{,}12 \cdot 0{,}04} = 99{,}4\,\%$