

Tulpenzwiebel-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2000

Ein Fachmarkt besteht nur aus einer Bau- und einer Gartenabteilung; in letzterer werden unter anderem Tulpenzwiebeln von rot blühenden, gelb blühenden sowie weiß blühenden Tulpen verkauft.

1. Eine große Kiste wurde zu gleichen Teilen mit Tulpenzwiebeln der genannten drei Sorten gefüllt. Von diesen äußerlich nicht unterscheidbaren Zwiebeln werden auf zufällige Weise 12 in eine Tüte gepackt. Rechnen Sie im Folgenden wie bei „Ziehen mit Zurücklegen“.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Tüte

- a) genau eine Zwiebel der rot blühenden Tulpensorte enthält?
 - b) wenigstens zwei Zwiebeln der rot blühenden Tulpensorte enthält?
 - c) von jeder Zwiebelsorte gleich viele enthält?
2. Auf gleiche Weise wie in Aufgabe 1 werden jeweils 12 Zwiebeln in eine Tüte gepackt. Die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Tüteninhalt berechnet sich zu
 - a) $P(A) = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{11} \cdot \frac{2}{3}$
 - b) $P(B) = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$

Beschreiben Sie jeweils einen möglichen Tüteninhalt, für den die angegebene Wahrscheinlichkeit zuträfe.

3. Ein Gärtner pflanzt 10 Zwiebeln der rot blühenden Sorte und 10 Zwiebeln der gelb blühenden Sorte in zwei Reihen mit 8 und 12 Zwiebeln. Wie viele Möglichkeiten der Bepflanzung gibt es, wenn sich in einer der Reihen genau 4 Zwiebeln der gelb blühenden Tulpensorte befinden sollen?
4. Laut Verpackungsangabe kommt es bei sachgerechter Pflanzung einer Tulpenzwiebel im nächsten Frühjahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% zu einer Blüte. Wie viele Zwiebeln kann man höchstens pflanzen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass es bei allen Zwiebeln zu einer Blüte kommt, größer als 75% ist?
5. Eine Erhebung über einen längeren Zeitraum hat ergeben, dass 60% der Fachmarktbesucher in der Bauabteilung und 45% in der Gartenabteilung Waren kaufen. 15% der Besucher verlassen den Fachmarkt, ohne einen Einkauf getätigt zu haben. Untersuchen Sie, ob der Einkauf von Waren aus der Bauabteilung unabhängig vom Einkauf von Waren aus der Gartenabteilung erfolgt.
6. Der Fachmarkt erweitert sein Angebot. Die Firmenleitung vermutet, dadurch das Einkaufsverhalten dahingehend geändert zu haben, dass der Anteil der Fachmarktbesucher, die tatsächlich Waren einkaufen, von 85% auf mindestens 90% gesteigert wurde. Zur Erfolgskontrolle wird das Einkaufsverhalten von 200 zufällig ausgewählten Besuchern erfasst.
 - a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 175 der erfassten Besucher Waren einkaufen, obwohl sich das Einkaufsverhalten nicht geändert hat?
 - b) Die Vermutung der Firmenleitung (Nullhypothese) soll auf dem Signifikanzniveau 5% getestet werden. Bestimmen Sie die Entscheidungsregel.

Tulpenzwiebel-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2000 Lösungen

Ein Fachmarkt besteht nur aus einer Bau- und einer Gartenabteilung; in letzterer werden unter anderem Tulpenzwiebeln von rot blühenden, gelb blühenden sowie weiß blühenden Tulpen verkauft.

1. Eine große Kiste wurde zu gleichen Teilen mit Tulpenzwiebeln der genannten drei Sorten gefüllt. Von diesen äußerlich nicht unterscheidbaren Zwiebeln werden auf zufällige Weise 12 in eine Tüte gepackt. Rechnen Sie im Folgenden wie bei „Ziehen mit Zurücklegen“.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Tüte

a) genau eine Zwiebel der rot blühenden Tulpensorte enthält? $P_{\frac{1}{3}}^{12}(X = 1) = 4,6\%$

b) wenigstens zwei Zwiebeln der rot blühenden Tulpensorte enthält? $P_{\frac{1}{3}}^{12}(X \geq 2) = 94,6\%$

c) von jeder Zwiebelsorte gleich viele enthält? $\frac{\binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{4}}{3^{12}} = \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12} = 6,5\%$

2. Auf gleiche Weise wie in Aufgabe 1 werden jeweils 12 Zwiebeln in eine Tüte gepackt. Die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Tüteninhalt berechnet sich zu

a) $P(A) = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{11} \cdot \frac{2}{3}$ In der Tüte sind genau 11 rot blühende Tulpen.

b) $P(B) = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$ In der Tüte sind keine rot blühenden Tulpen.

Beschreiben Sie jeweils einen möglichen Tüteninhalt, für den die angegebene Wahrscheinlichkeit zuträfe.

3. Ein Gärtner pflanzt 10 Zwiebeln der rot blühenden Sorte und 10 Zwiebeln der gelb blühenden Sorte in zwei Reihen mit 8 und 12 Zwiebeln. Wie viele Möglichkeiten der Bepflanzung gibt es, wenn sich in einer der Reihen genau 4 Zwiebeln der gelb blühenden Tulpensorte befinden sollen?

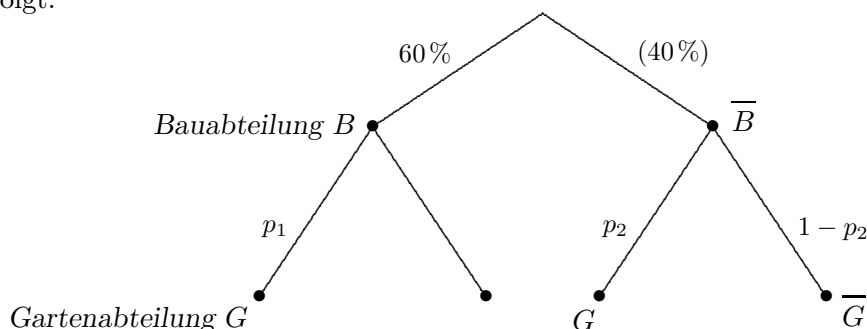
$$\binom{8}{4} \cdot \binom{12}{6} + \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{6} = 78540$$

4. Laut Verpackungsangabe kommt es bei sachgerechter Pflanzung einer Tulpenzwiebel im nächsten Frühjahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% zu einer Blüte. Wie viele Zwiebeln kann man höchstens pflanzen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass es bei allen Zwiebeln zu einer Blüte kommt, größer als 75% ist?

$$0,98^n > 0,75 \implies n \leq 14, \text{ höchstens } n = 14$$

5. Eine Erhebung über einen längeren Zeitraum hat ergeben, dass 60% der Fachmarktbesucher in der Bauabteilung und 45% in der Gartenabteilung Waren kaufen. 15% der Besucher verlassen den Fachmarkt, ohne einen Einkauf getätigt zu haben.

Untersuchen Sie, ob der Einkauf von Waren aus der Bauabteilung unabhängig vom Einkauf von Waren aus der Gartenabteilung erfolgt.



$$40\% \cdot (1 - p_2) = 15\% \implies p_2 = 62,5\%$$

$$p_1 \cdot 60\% + p_2 \cdot 40\% = 45\% \implies p_1 = 33,3\%$$

$$p_1 \neq p_2 \implies \text{Ereignisse sind abhängig.}$$

Tulpenzwiebel-Aufgabe Lösungen Fortsetzung

6. Der Fachmarkt erweitert sein Angebot. Die Firmenleitung vermutet, dadurch das Einkaufsverhalten dahingehend geändert zu haben, dass der Anteil der Fachmarktbesucher, die tatsächlich Waren einkaufen, von 85 % auf mindestens 90 % gesteigert wurde. Zur Erfolgskontrolle wird das Einkaufsverhalten von 200 zufällig ausgewählten Besuchern erfasst.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 175 der erfassten Besucher Waren einkaufen, obwohl sich das Einkaufsverhalten nicht geändert hat?

$$P_{0,85}^{200}(Y > 175) = 13,7\%$$

b) Die Vermutung der Firmenleitung (Nullhypothese) soll auf dem Signifikanzniveau 5 % getestet werden. Bestimmen Sie die Entscheidungsregel.

$$P_{0,90}^{200}(Z \leq k) \leq 5\% \implies k \leq 172$$

$$\bar{A} = \{0, \dots, 172\} \quad (\text{Ablehnungsbereich für die Nullhypothese})$$

Schokoriegel-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2000

Die Schokoladenfabrik „Furore 2000“ stellt Schokoriegel und Pralinen her. Um den Verkauf der Riegel zu fördern, wird einem Teil entsprechend dem Slogan „In jedem siebten Riegel liegt ein Zauberspiegel“ ein Werbegeschenk beigelegt. Marion kauft 14 Riegel und öffnet sie nacheinander.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie
 - a) in den letzten beiden Riegeln je einen Zauberspiegel findet?
 - b) nur in den letzten beiden Riegeln je einen Zauberspiegel findet?
 - c) insgesamt zwei Zauberspiegel findet?
2. Ein Vater kauft für seine beiden Kinder Schokoriegel. Er erwirbt die doppelte Anzahl von Riegeln, die er wenigstens bräuchte, um mit mehr als 90% Wahrscheinlichkeit mindestens einen Zauberspiegel zu erhalten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er dann für jedes Kind mindestens einen Zauberspiegel?
3. Eine Umfrage ergibt, dass im Mittel 7 von 10 Befragten den Schokoriegel und 2 von 3 Befragten die Pralinen von Furore 2000 kennen. 90% der Befragten kennen wenigstens eines der beiden Produkte. Untersuchen Sie, ob für die Bekanntheit der Produkte stochastische Unabhängigkeit zutrifft.
4. Zur Steigerung ihres Bekanntheitsgrads beauftragt Furore 2000 eine Agentur mit einer Werbekampagne. Es wird vereinbart, dass die Agentur eine besondere Prämie bekommen soll, wenn nach der Kampagne mindestens 95% der Bevölkerung den Markennamen kennen. Es wird eine Umfrage unter 200 zufällig ausgewählten Personen durchgeführt. Bestimmen Sie die für Furore 2000 günstigste Vereinbarung mit der Agentur, bei der die Prämie mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 80% ausbezahlt wird, falls ein Bekanntheitsgrad von 95% erreicht wurde.
5. Zum Jahrtausendwechsel hat die Firmenchefin, eine Hobbymathematikerin, unter ihren Mitarbeitern ein Preisrätsel veranstaltet. Beantworten Sie die beiden dort gestellten Fragen:
 - a) Auf wie viele Arten kann man die Primfaktoren in der Primfaktordarstellung der Zahl 2000 anordnen?
 - b) Wie viele verschiedene Teiler hat die Zahl 2000?

Schokoriegel-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2000 Lösungen

Die Schokoladenfabrik „Furore 2000“ stellt Schokoriegel und Pralinen her. Um den Verkauf der Riegel zu fördern, wird einem Teil entsprechend dem Slogan „In jedem siebten Riegel liegt ein Zauberspiegel“ ein Werbegeschenk beigelegt. Marion kauft 14 Riegel und öffnet sie nacheinander.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie

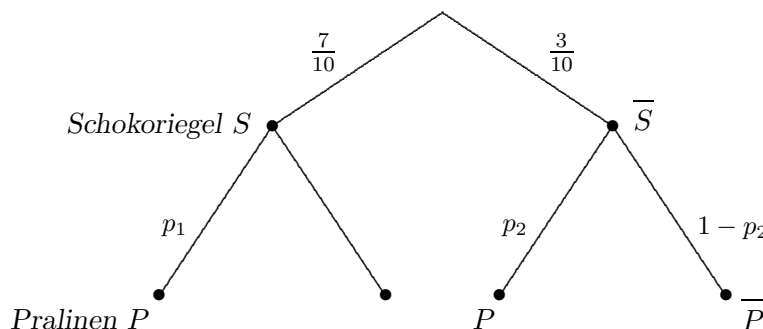
- a) in den letzten beiden Riegeln je einen Zauberspiegel findet? $\left(\frac{1}{7}\right)^2 = 2,0\%$
 b) nur in den letzten beiden Riegeln je einen Zauberspiegel findet? $\left(\frac{6}{7}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 = 0,3\%$
 c) insgesamt zwei Zauberspiegel findet? $P_{\frac{1}{7}}^{14}(X = 2) = 29,2\%$

2. Ein Vater kauft für seine beiden Kinder Schokoriegel. Er erwirbt die doppelte Anzahl von Riegeln, die er wenigstens bräuchte, um mit mehr als 90% Wahrscheinlichkeit mindestens einen Zauberspiegel zu erhalten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er dann für jedes Kind mindestens einen Zauberspiegel?

$$P_{\frac{1}{7}}^n(Y \geq 1) = 1 - P_{\frac{1}{7}}^n(Y = 0) = 1 - \left(\frac{6}{7}\right)^n > 90\% \implies n \geq 15$$

$$P_{\frac{1}{7}}^{30}(Y \geq 2) = 94,1\%$$

3. Eine Umfrage ergibt, dass im Mittel 7 von 10 Befragten den Schokoriegel und 2 von 3 Befragten die Pralinen von Furore 2000 kennen. 90% der Befragten kennen wenigstens eines der beiden Produkte. Untersuchen Sie, ob für die Bekanntheit der Produkte stochastische Unabhängigkeit zutrifft.



$$\frac{3}{10} \cdot (1 - p_2) = \frac{1}{10} \implies p_2 = \frac{2}{3}$$

$$p_1 \cdot \frac{7}{10} + p_2 \cdot \frac{3}{10} = \frac{2}{3} \implies p_1 = \frac{2}{3}$$

$p_1 = p_2 \implies$ Ereignisse sind unabhängig.

4. Zur Steigerung ihres Bekanntheitsgrads beauftragt Furore 2000 eine Agentur mit einer Werbekampagne. Es wird vereinbart, dass die Agentur eine besondere Prämie bekommen soll, wenn nach der Kampagne mindestens 95% der Bevölkerung den Markennamen kennen. Es wird eine Umfrage unter 200 zufällig ausgewählten Personen durchgeführt. Bestimmen Sie die für Furore 2000 günstigste Vereinbarung mit der Agentur, bei der die Prämie mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 80% ausgezahlt wird, falls ein Bekanntheitsgrad von 95% erreicht wurde.

$$P_{0,95}^{200}(Z \leq k) \leq 20\% \implies k \leq 186$$

$\bar{A} = \{0, \dots, 186\}$ (Ablehnungsbereich für die Nullhypothese, Prämie wird nicht ausgezahlt)

5. Zum Jahrtausendwechsel hat die Firmenchefin, eine Hobbymathematikerin, unter ihren Mitarbeitern ein Preisrätsel veranstaltet. Beantworten Sie die beiden dort gestellten Fragen:

- a) Auf wie viele Arten kann man die Primfaktoren in der Primfaktordarstellung der Zahl 2000 anordnen? $2000 = 2^4 \cdot 5^3, \quad \binom{7}{4} = \binom{7}{3} = 35$
 b) Wie viele verschiedene Teiler hat die Zahl 2000? $(4 + 1) \cdot (3 + 1) = 20$