

## Flugbuchungen Prüfungsanforderungen GK Niedersachsen

Auf einer bestimmten Strecke verwendet eine Fluggesellschaft Flugzeuge mit 100 Plätzen. Die Belegungsstatistik weist aus, dass die Flüge auf dieser Strecke vorab stets ausgebucht sind. Allerdings werden dann im Mittel 10% der gebuchten Plätze kurzfristig storniert. Für die Fluggesellschaft ist die Anzahl der Passagiere von Interesse, die bei Schließung der Passagierliste den Flug tatsächlich antreten wollen.

- a) Unter welchen Annahmen sind die möglichen Anzahlen dieser Passagiere binomialverteilt?  
Nennen Sie Fälle, in denen diese Annahmen nicht zutreffen.

Im Folgenden wird angenommen, dass die möglichen Anzahlen dieser Passagiere binomialverteilt sind. Durch eine Person, die tatsächlich fliegt, nimmt die Fluggesellschaft 200 € ein, bei einer Stornierung nur 100 €.

- b) Wie groß ist jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass beim nächsten Flug
- genau 84 Plätze,
  - höchstens 84 Plätze,
  - mindestens 90 Plätze
- tatsächlich genutzt werden?

Welche Einnahmen kann die Fluggesellschaft pro Flug erwarten?

Um die Flugzeuge besser auszulasten, bietet die Fluggesellschaft stets 8% mehr Plätze als verfügbar zum Verkauf an. Da auch diese Plätze alle im Voraus gebucht werden, geht die Fluggesellschaft damit das Risiko einer Überbuchung ein.

- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zu Überbuchungen kommt?
- d) Für jeden Fluggast, der wegen Überbuchung abgewiesen werden muss, entstehen der Fluggesellschaft negative Einnahmen (Unkosten) in Höhe von 1000 €. Wie groß sind die Einnahmen der Fluggesellschaft, wenn bei Schließung der Passagierliste genau 105 Personen den Flug antreten möchten? Formulieren Sie einen Term, mit dem sich berechnen lässt, welche Einnahmen die Fluggesellschaft pro Flug erwarten kann. Erklären Sie die Bedeutung der auftretenden Teilterme.

## Flugbuchungen    Lösungen

Auf einer bestimmten Strecke verwendet eine Fluggesellschaft Flugzeuge mit 100 Plätzen. Die Belegungsstatistik weist aus, dass die Flüge auf dieser Strecke vorab stets ausgebucht sind. Allerdings werden dann im Mittel 10% der gebuchten Plätze kurzfristig storniert. Für die Fluggesellschaft ist die Anzahl der Passagiere von Interesse, die bei Schließung der Passagierliste den Flug tatsächlich antreten wollen.

- a) Unter welchen Annahmen sind die möglichen Anzahlen dieser Passagiere binomialverteilt? Nennen Sie Fälle, in denen diese Annahmen nicht zutreffen.

Der Sachverhalt wird wie folgt modelliert:

Es wird angenommen, dass jeder der  $n$  Kunden, der ein Flugticket gekauft hat, den Flug mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 0,9 unabhängig von der Entscheidung aller anderen Kunden tatsächlich antritt. Damit wird der Sachverhalt durch eine Bernoulli-Kette der Länge  $n$  mit dem Parameter  $p = 0,9$  beschrieben. Die Annahmen treffen z.B. dann nicht zu, wenn

- die Wahrscheinlichkeit einer Stornierung bei verschiedenen Kunden oder Kundengruppen (z.B. Geschäfts- und Privatkunden) unterschiedlich ist,
- eine ganze Familie wegen Krankheit eines einzelnen Mitgliedes storniert oder wenn mehrere Stornierungen auf Grund höherer Gewalt im Zielgebiet erfolgen.

Im Folgenden wird angenommen, dass die möglichen Anzahlen dieser Passagiere binomialverteilt sind. Durch eine Person, die tatsächlich fliegt, nimmt die Fluggesellschaft 200 € ein, bei einer Stornierung nur 100 €.

- b) Wie groß ist jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass beim nächsten Flug

- |   |                    |                         |
|---|--------------------|-------------------------|
| – genau 84 Plätze,                                    | $n = 100, p = 0,9$ | $P(X = 84) = 1,9\%$     |
| – höchstens 84 Plätze,                                |                    | $P(X \leq 84) = 4,0\%$  |
| – mindestens 90 Plätze<br>tatsächlich genutzt werden? |                    | $P(X \geq 90) = 58,3\%$ |

Welche Einnahmen kann die Fluggesellschaft pro Flug erwarten?  $E = 200 \cdot 90 + 100 \cdot 10 = 19000$  (€)

Um die Flugzeuge besser auszulasten, bietet die Fluggesellschaft stets 8% mehr Plätze als verfügbar zum Verkauf an. Da auch diese Plätze alle im Voraus gebucht werden, geht die Fluggesellschaft damit das Risiko einer Überbuchung ein.

- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zu Überbuchungen kommt?

$Y$ : Anzahl der Passagiere, die den Flug tatsächlich antreten wollen  
 $Y$  ist binomialverteilt mit  $n = 108, p = 0,9$       $P(Y \geq 101) = 14,3\%$

- d) Für jeden Fluggast, der wegen Überbuchung abgewiesen werden muss, entstehen der Fluggesellschaft negative Einnahmen (Unkosten) in Höhe von 1000 €. Wie groß sind die Einnahmen der Fluggesellschaft, wenn bei Schließung der Passagierliste genau 105 Personen den Flug antreten möchten? Formulieren Sie einen Term, mit dem sich berechnen lässt, welche Einnahmen die Fluggesellschaft pro Flug erwarten kann. Erklären Sie die Bedeutung der auftretenden Teilterme.

Einnahmen im Fall  $Y = 105$  in €:  $100 \cdot 200 + 3 \cdot 100 - 5 \cdot 1000 = 15300$

Erwartungswert der Einnahmen in €:

$$E = T_1 + T_2 = \sum_{k=0}^{100} k \cdot 200 + (108 - k) \cdot 100 \cdot P_{0,9}^{108}(Y = k) + \sum_{k=101}^{108} (100 \cdot 200 + (108 - k) \cdot 100 - (k - 100) \cdot 1000) \cdot P_{0,9}^{108}(Y = k)$$

$T_1$  beschreibt für Flüge ohne Überbuchung die Einnahmen durch  $k$  Passagiere, die tatsächlich fliegen, und die Einnahmen für  $(108 - k)$  Stornierungen.

$T_2$  beschreibt für Flüge mit Überbuchung die Einnahmen durch 100 Passagiere, die tatsächlich fliegen und die Einnahmen durch  $(108 - k)$  Stornierungen abzüglich der Unkosten für  $(k - 100)$  Überbuchungen.