Abschlussprüfung Fachoberschule 2019
Mathematik

Aufgabenvorschlag A

1 Funktionsuntersuchung **/40**

Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung

$f(x) = -0{,}1x^4 + 1{,}825x^2 - 3{,}6$, $x \in \mathbb{R}$; $-4 \leq x \leq 4$.

[Hinweis: Runden Sie gegebenenfalls die Ergebnisse auf drei Stellen nach dem Komma.]

1.1 Geben Sie das Symmetrieverhalten des Graphen von f an und begründen Sie Ihre Aussage. **/4**
Geben Sie an, wie sich die Funktionswerte von f im Unendlichen verhalten.

1.2 Berechnen Sie alle Schnittpunkte des Graphen von f mit der x-Achse. **/6**

1.3 Ermitteln Sie die Hochpunkte des Graphen der Funktion f. **/8**

1.4 Zwischen den beiden Hochpunkten von f gibt es einen Punkt Q auf dem Graphen von f, an dem das Gefälle des Graphen maximal ist. **/6**
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q.

1.5 Ergänzen Sie die folgende Wertetabelle. **/6**
Zeichnen Sie den Graphen G_f von f im Intervall $[-4\,;\,4]$ in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite.
Kennzeichnen Sie alle in den Aufgaben 1.2 bis 1.4 ermittelten Punkte.

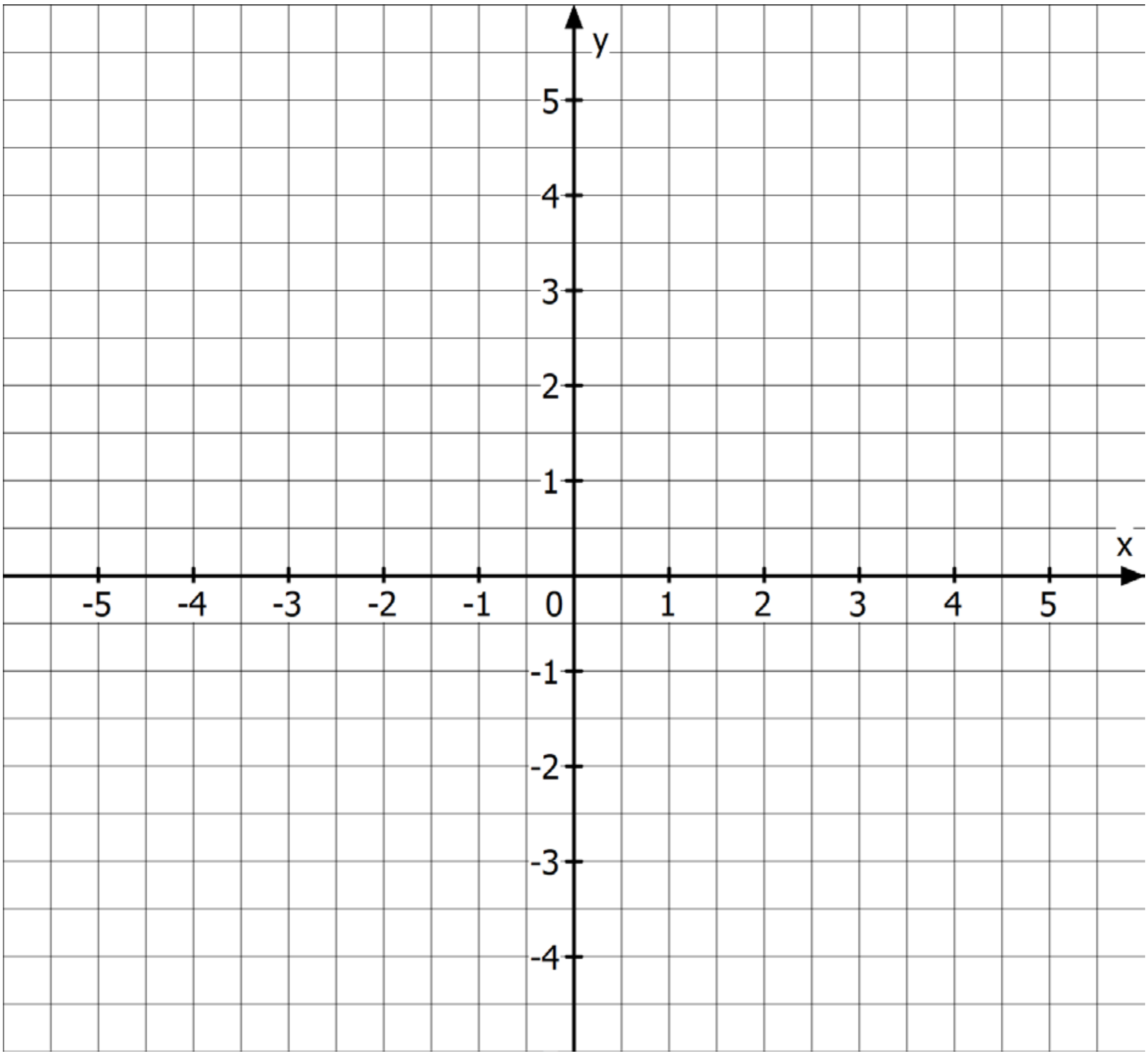
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$				-1,875					0

1.6 An der Stelle $x = -2{,}5$ besitzt der Graph der Funktion f eine Tangente. **/5**
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung dieser Tangente und zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite.

1.7 Der Graph der Funktion p mit $p(x) = 0{,}25x^2 - 3{,}6$ hat mehrere Schnittpunkte mit dem Graphen der Funktion f. **/5**
Ermitteln Sie die Schnittstellen aller dieser Schnittpunkte.

Koordinatensystem für Aufgabe 1.5 und Aufgabe 1.6 → nächste Seite

Koordinatensystem für Aufgabe 1.5 und Aufgabe 1.6



2 Integralrechnung /30

Mit Hilfe eines Laserschneidgerätes werden zunächst Kunststoffplatten gemäß Abbildung 1 zugeschnitten. Dabei werden die Kunststoffplatten von den Koordinatenachsen sowie von den Graphen der Funktionen f mit $f(x) = 5$ und g mit $g(x) = -2x + 10$ begrenzt.
Eine Längeneinheit entspricht 1 dm.

[Hinweis: Runden Sie gegebenenfalls die Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.]

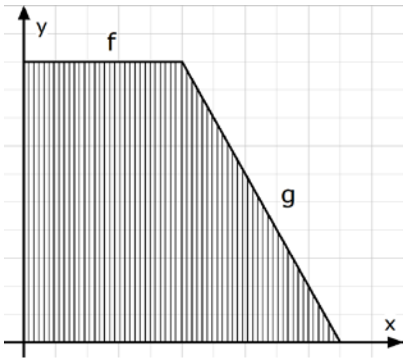


Abbildung 1

2.1 Berechnen Sie den Flächeninhalt von einer der zugeschnittenen Kunststoffplatten in dm^2. **/3**

Nachdem eine Kunststoffplatte zugeschnitten wurde, wird an der Unterkante ein Stück der Kunststoffplatte mit dem Laserschneidgerät gemäß Abbildung 2 herausgetrennt. Dabei wird die Trennlinie vom Graphen der Funktion h mit $h(x) = -0{,}03x^3 + 0{,}2x^2$ beschrieben.

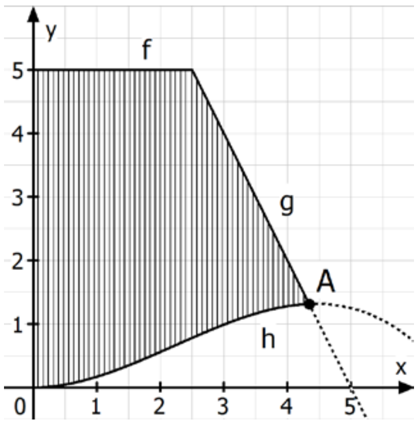


Abbildung 2

2.2 An der Stelle $x = 10$ befindet sich ein Schnittpunkt des Graphen von h mit dem Graphen von g. Der Punkt A gemäß Abbildung 2 ist ein weiterer Schnittpunkt des Graphen von h mit dem Graphen von g.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A. **/8**

2.3 Berechnen Sie den verbleibenden Flächeninhalt der Kunststoffplatte, nachdem das Stück an der Unterkante herausgetrennt wurde. Geben Sie das Ergebnis in dm^2 an. **/10**
[Hinweis: Wenn Sie Aufgabe 2.2 nicht bearbeitet haben, dann gehen Sie davon aus, dass sich der Punkt A an der Stelle $x = 4{,}25$ befindet.]

2.4 Zusätzlich soll an der Oberkante der Kunststoffplatte ein weiteres Stück herausgetrennt werden. Dabei wird die Trennlinie durch die Parabel i beschrieben und verläuft durch die Punkte $P_1(0{,}5|5)$, $P_2(1{,}5|5)$ und $P_3(1|4)$. **/9**
Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Parabel i.
Beschreiben Sie ohne weitere Rechnungen, wie der prozentuale Anteil des insgesamt entstehenden Abfalls ermittelt werden kann.

3 Stochastik /30

Das Hotel „Talblick“ kann maximal 90 Zimmer vermieten. Insgesamt verfügt das Hotel über 160 Betten in Ein- und Zweibettzimmern.

3.1 Ermitteln Sie mit Hilfe eines Gleichungssystems die Anzahl der Einbettzimmer und die Anzahl der Zweibettzimmer. **/6**

Im Hotel haben siebzig der Zimmer einen Balkon. Der Rest der Zimmer besitzt keinen Balkon. 70 % von den Zimmern mit Balkon und 75 % von den Zimmern ohne Balkon wurden renoviert. Am 1. April schaltet das Hotel „Talblick“ seine Buchungsplattform für dieses Jahr frei. Herr Krause ist die erste Person, die ein Zimmer buchen möchte. Die Buchungsplattform wird Herrn Krause ein zufällig ausgewähltes Zimmer zuweisen.

3.2 Erstellen Sie zum oben genannten Sachverhalt ein Baumdiagramm und beschriften Sie die einzelnen Pfade. **/7**
Geben Sie die Pfadwahrscheinlichkeit für den Pfad mit der kleinsten Pfadwahrscheinlichkeit an.

3.3 Berechnen Sie, mit welchen Wahrscheinlichkeiten folgende Ereignisse eintreten: **/8**

E_1: „Herr Krause erhält ein renoviertes Zimmer.“
E_2: „Herr Krause erhält ein renoviertes Zimmer ohne Balkon.“
E_3: „Herr Krause erhält ein renoviertes Zimmer mit Balkon.“
E_4: „Herr Krause erhält ein renoviertes Zimmer ohne Balkon oder ein Zimmer mit Balkon.“

Im Juli bietet das Hotel Sonderpreise an. Als Frau Müller buchen möchte, sind insgesamt noch 32 Zimmer frei, davon haben 20 einen Balkon. Von den Zimmern mit Balkon ist ein Viertel nicht renoviert und von den Zimmern ohne Balkon ist ein Drittel renoviert.

3.4 Erstellen Sie eine Vierfeldertafel, mit der man diesen Sachverhalt darstellen kann. **/5**

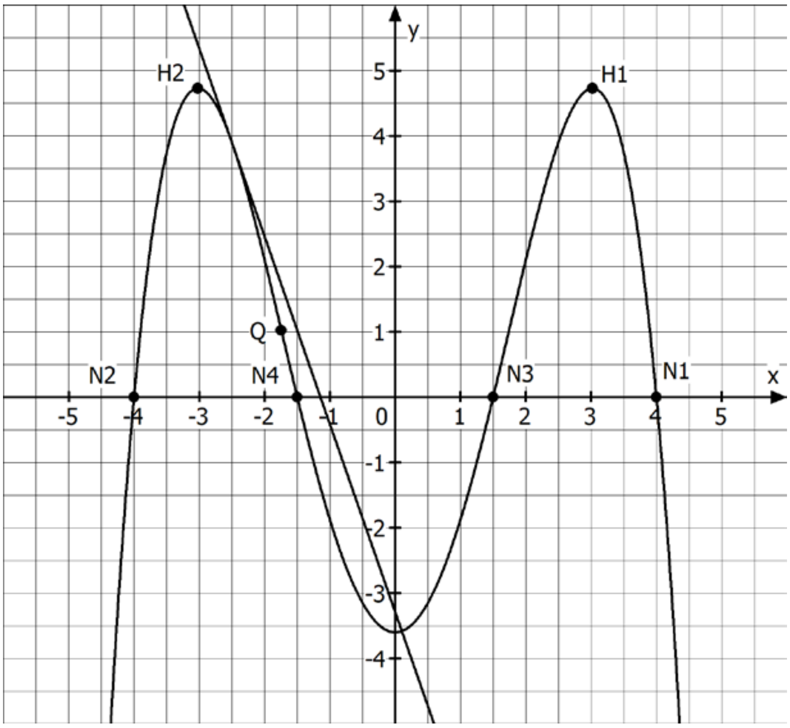
3.5 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Frau Müller bei der zufälligen Auswahl der Zimmer ein renoviertes Zimmer mit Balkon zugewiesen bekommt. **/2**

3.6 Frau Müller weiß, dass sie eines der renovierten Zimmer bekommt. **/2**
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses keinen Balkon hat.

Abschlussprüfung Fachoberschule 2019
Mathematik

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag A

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB I	BE/AB II	BE/AB III
1.1	Symmetrie: Der Graph der Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, da die Funktionsgleichung ausschließlich gerade Exponenten von x enthält. $\Longrightarrow f(x) = f(-x)$ Verhalten im Unendlichen: $f(x) \to -\infty$ für $x \to +\infty$; $f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$	2 2		
1.2	$f(x) = 0$ $0 = -0{,}1x^4 + 1{,}825x^2 - 3{,}6$ Substitution $x^2 = z$ $0 = -0{,}1z^2 + 1{,}825z - 3{,}6$ p-q-Formel $z_1 = 16$; $z_2 = 2{,}25$ Resubstitution $\pm\sqrt{z} = x$ $x_{N1} = 4$; $x_{N2} = -4$; $x_{N3} = 1{,}5$; $x_{N4} = -1{,}5$ $N_1\ (4\|0)$; $N_2\ (-4\|0)$; $N_3\ (1{,}5\|0)$; $N_4\ (-1{,}5\|0)$		6	
1.3	$f'(x) = -0{,}4x^3 + 3{,}65x$ $0 = -0{,}4x^3 + 3{,}65x$ $0 = x(-0{,}4x^2 + 3{,}65) \Longrightarrow x_{E1} = 0$ $0 = -0{,}4x^2 + 3{,}65 \Longrightarrow x_{E2} \approx 3{,}021$; $x_{E3} \approx -3{,}021$ $f''(x) \neq 0$ $f''(x) = -1{,}2x^2 + 3{,}65$ $f''(0) = 3{,}65 > 0 \Longrightarrow$ Tiefpunkt nicht gefordert $f''(3{,}021) \approx -7{,}302 < 0 \Longrightarrow H_1\ (3{,}021\|4{,}727)$ $f''(-3{,}021) \approx -7{,}302 < 0 \Longrightarrow H_2\ (-3{,}021\|4{,}727)$		8	
1.4	$f''(x) = 0$ $0 = -1{,}2x^2 + 3{,}65 \Longrightarrow x_{Q1} \approx -1{,}744$; $x_{Q2} \approx 1{,}744$; $f'''(x) \neq 0$ $f'''(x) = -2{,}4x$ $f'''(-1{,}744) = 4{,}186 > 0$, also Rechts-Links-Krümmung / fallend $f'''(1{,}744) = -4{,}186 < 0$, also Links-Rechts-Krümmung / steigend Das stärkste Gefälle des Graphen der Funktion befindet sich an der Stelle $x_{Q1} = -1{,}744$. $Q\ (-1{,}744\|1{,}026)$		3	3

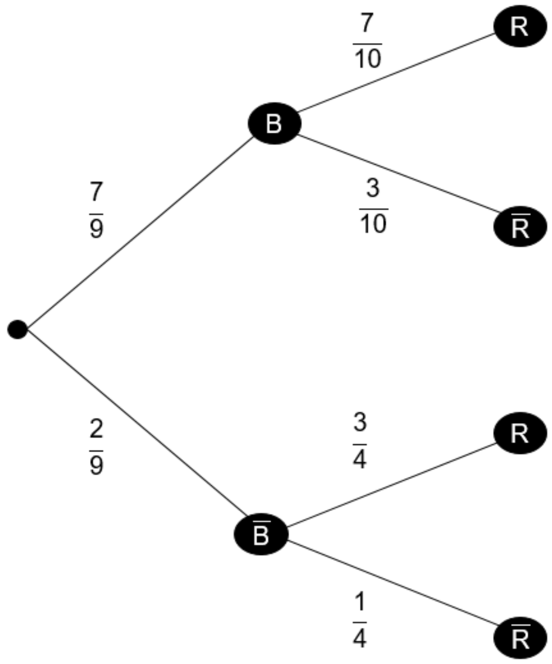
<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.5</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>–4</td><td>–3</td><td>–2</td><td>–1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>4,725</td><td>2,1</td><td>–1,875</td><td>–3,6</td><td>–1,875</td><td>2,1</td><td>4,725</td><td>0</td></tr>
</table>


</td><td>2

4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>$y = f(-2,5)$; $m_T = f'(-2,5)$
$m_T = f'(-2,5) = -2,875$
$y = mx + n$
$3,9 \approx -2,875 \cdot (-2,5) + n \Rightarrow n \approx -3,288$
$t(x) = -2,875x - 3,288$
Zeichnung der Tangente</td><td>1</td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>$f(x) = p(x)$
$0 = 0,1x^4 - 1,575x^2 = x^2(0,1x^2 - 1,575)$
$x_{1/2} = 0$
$x_3 \approx 3,969$
$x_4 \approx -3,969$</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>11</td><td>22</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">40</td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.1	$f(x) = g(x)$ $0 = -2x + 5 \Rightarrow x_{S1} = 2{,}5$ $0 = g(x) = -2x + 10 \Rightarrow x_{N1} = 5$ $A = 5 \cdot 2{,}5 + \frac{(5-2{,}5)\cdot 5}{2} = 18{,}75$ Die Fläche einer zugeschnittenen Kunststoffplatten beträgt 18,75 dm^2.	3		
2.2	$g(x) = h(x)$ $0 = -0{,}03x^3 + 0{,}2x^2 + 2x - 10$ $\left(-0{,}03x^3 + 0{,}2x^2 + 2x - 10\right) : (x - 10) = -0{,}03x^2 - 0{,}1x + 1$ $\underline{-\left(-0{,}03x^3 + 0{,}3x^2\right)}$ $\left(-0{,}1x^2 + 2x\right)$ $\underline{-\left(-0{,}1x^2 + x\right)}$ $(x - 10)$ $\underline{-(x - 10)}$ 0 $0 = -0{,}03x^2 - 0{,}1x + 1$ p-q-Formel $x_1 \approx 4{,}34 \Rightarrow A\ (4{,}34 \mid 1{,}32)$ $x_2 \approx -7{,}68$ Der Punkt A befindet sich an der Stelle $x \approx 4{,}34$.	3	1 4	
2.3	$A_h = A_1 + A_2$ $A_1 = \int_0^{2{,}5} (f(x) - h(x))\,dx = \int_0^{2{,}5} (0{,}03x^3 - 0{,}2x^2 + 5)\,dx$ $A_1 = \left[0{,}0075x^4 - \frac{1}{15}x^3 + 5x\right]_0^{2{,}5} \approx 11{,}75$ $A_2 = \int_{2{,}5}^{4{,}34} (g(x) - h(x))\,dx = \int_{2{,}5}^{4{,}34} (0{,}03x^3 - 0{,}2x^2 - 2x + 10)\,dx$ $A_2 = \left[0{,}0075x^4 - \frac{1}{15}x^3 - x^2 + 10x\right]_{2{,}5}^{4{,}34} \approx 3{,}77$ $A_h \approx 11{,}75 + 3{,}77 \approx 15{,}52$ Nachdem das Stück an der Unterkante herausgetrennt wurde, beträgt die Fläche der Kunststoffplatte 15,52 dm^2.		10	

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.4	$i(x) = ax^2 + bx + c$ $0{,}25a + 0{,}5b + c = 5$ Punkt $P_1(0{,}5\|5)$ $2{,}25a + 1{,}5b + c = 5$ Punkt $P_2(1{,}5\|5)$ $a + b + c = 4$ Punkt $P_3(1\|4)$ Um den prozentualen Anteil des insgesamt entstehenden Abfalls zu ermitteln, ist die Summe aller herausgetrennten Teile (Abfall) ins Verhältnis zu der in 2.1 ermittelten Fläche zu setzen und mit 100 zu multiplizieren. Die Summe aller herausgetrennten Teile ergibt sich aus den beiden Flächen, die gemäß 2.3 und 2.4 herausgetrennt wurden. Die Fläche, die an der Unterkante der Kunststoffplatte herausgetrennt wurde, lässt sich durch Subtraktion der errechneten Fläche aus 2.3 mit der errechneten Fläche aus 2.1 ermitteln. Das Integral von $f(x) - i(x)$ stellt den Inhalt der herausgetrennten Fläche an der Oberkante der Kunststoffplatte dar. Die Schnittstellen des Graphen von f mit der Parabel i bilden die Integrationsgrenzen. Alternative Lösungswege sind möglich.			4 5
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	6	15	9
	Summe der BE	30		

Teilaufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB I	BE/AB II	BE/AB III
3.1	x = Anzahl der Einbettzimmer y = Anzahl der Doppelbettzimmer I: $x + y = 90$ II: $x + 2y = 160$ $\qquad x = 20$; $y = 70$ Das Hotel verfügt über 20 Einbettzimmer und 70 Zweibettzimmer.		6	
3.2	B: Zimmer besitzt einen Balkon R: Zimmer wurde renoviert  $P(\overline{B}\cap\overline{R}) = \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{18} \approx 5{,}6\ \%$	2 1	4	
3.3	$P(E_1) = P(B\cap R;\overline{B}\cap R) = \frac{49}{90} + \frac{1}{6} = \frac{32}{45} \approx 71{,}1\ \%$ $P(E_2) = P(\overline{B}\cap R) = \frac{2}{9}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\ \%$ $P(E_3) = P(B\cap R) = \frac{7}{9}\cdot\frac{7}{10} = \frac{49}{90} \approx 54{,}4\ \%$ $P(E_4) = P(\overline{B}\cap R;B\cap R;B\cap\overline{R}) = 1 - P(\overline{B}\cap\overline{R}) = 1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18} \approx 94{,}4\ \%$		6	2

Teilaufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB I	BE/AB II	BE/AB III
3.4	B: Zimmer besitzt einen Balkon R: Zimmer wurde renoviert (Vierfeldertafel siehe unten) **Fett**: im Text gegeben oder mit Prozentrechnung zu ermitteln		5	
3.5	$P(B \cap R) = \frac{15}{32} \approx 0{,}4688 \approx 46{,}88\ \%$		2	
3.6	$P_R(\overline{B}) = \frac{4}{19} \approx 0{,}2105 \approx 21{,}05\ \%$			2
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	3	23	4
	Summe der BE		30	

	B	$\overline{\mathbf{B}}$	**Σ**
R	15	**4**	19
$\overline{\mathbf{R}}$	**5**	8	13
Σ	**20**	12	**32**