

Abschlussprüfung Berufsoberschule 2015
Mathematik

Aufgabenvorschlag C

1 Exponentialfunktionen

/34

In einem Labor wird die Ausbreitung einer Virusinfektion erforscht. Die Anzahl der infizierten Individuen steigt zunächst an und wird dann durch Einsatz eines Medikaments wieder reduziert. Die Ausbreitung der Virusinfektion wird durch die Funktion f modelliert:

$$f(t) = 110t \cdot e^{1-0,3t}$$

Der Graph der Funktion ist G_f .

Dabei stellt t die seit Infektionsbeginn verstrichene Zeit in Tagen und $f(t)$ die Anzahl der erkrankten Individuen dar.

- 1.1** Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die maximale Anzahl von erkrankten Individuen vorlag. Geben Sie auch die Anzahl an. **/9**

[Zur Kontrolle: $f'(t) = (110 - 33t) \cdot e^{1-0,3t}$]

- 1.2** Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die Anzahl der erkrankten Individuen am stärksten zurückging. **/5**

Geben Sie an, wie groß zu diesem Zeitpunkt die Abnahme der erkrankten Individuen pro Tag ist.

[Hinweis: Auf die Prüfung des Ergebnisses mit Hilfe der 3. Ableitung kann verzichtet werden.]

- 1.3** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/5**

t	0	2	4	6	10	14	21
$f(t)$	0		360		149		

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer errechneten Ergebnisse und der Tabellenwerte G_f in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite.

- 1.4** Ein Teil der Forschergruppe erwartet, dass ab dem Tag 17 die Anzahl der Erkrankten linear abnehmen wird. **/5**

Dieser Verlauf wird durch die Tangente h an G_f im Punkt $P(17|f(17))$ dargestellt.

Stellen Sie die Gleichung dieser Tangente auf.

Zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite ein.

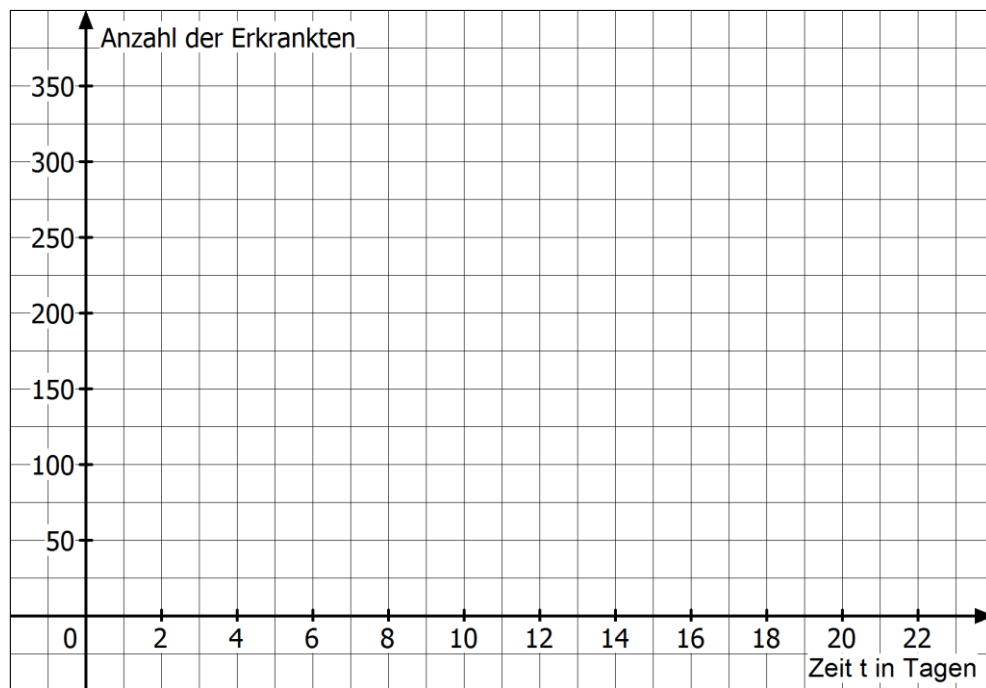
- 1.5** Geben Sie ohne Rechnung für die Prognosen $h(t)$ und $f(t)$ an, zu welchem Zeitpunkt jeweils die Funktionswerte auf null zurückgegangen sein werden. **/3**

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

- 1.6** Bei einer anderen Versuchsgruppe werden die nachfolgenden Ergebnisse ermittelt. **17**
Die Modellierung soll wieder durch eine Funktion der Form $g(t) = at \cdot e^{-bt}$ erfolgen.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Werte der Variablen a und b so, dass die ermittelten Ergebnisse näherungsweise erreicht werden.
Geben Sie die ermittelte Funktionsgleichung an.

t	0	2	5
$g(t)$	0	404	463

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.3



2 Gebrochenrationale Funktionen**/33**

Gegeben ist die rationale Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^2} = \frac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 2x + 1}$.

Der Graph der Funktion ist G_f .

2.1 Bestimmen Sie die Art der Definitionslücke der Funktion f und untersuchen Sie ihr Verhalten in der Umgebung dieser Stelle. **/3**
Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion f an.

2.2 Berechnen Sie die Nullstellen von f . **/3**

2.3 Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f . **/3**

2.4 Berechnen Sie Art und Lage des Extrempunktes sowie die Koordinaten des Wendepunktes von G_f . **/9**

Verwenden Sie dabei ohne eigene Berechnungen die Ableitungen in folgenden Schreibweisen:

$$f'(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x}{(x+1)^3} \quad \text{und} \quad f''(x) = \frac{-6x + 6}{(x+1)^4}.$$

[Hinweis: Ein Nachweis des Wendepunktes ist nicht gefordert.]

2.5 Bestimmen Sie die Gleichung der Asymptote a , welcher sich G_f für $x \rightarrow \pm\infty$ annähert. **/3**
[Zur Kontrolle: $a(x) = x + 1$]

2.6 G_f und die Asymptote schneiden sich im Punkt S . **/3**
Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

2.7 Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/6**

x	-5	-4	-2	-0,5	2	4
$f(x)$	-3,13		4			

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer berechneten Ergebnisse G_f und die Asymptote a im Intervall $-5 \leq x \leq 4$ in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite.

2.8 Erläutern Sie die Bedeutung des Ausdrucks $\int_{-\frac{1}{3}}^3 \frac{3x+1}{x^2+2x+1} dx$ in Bezug auf die **/3**

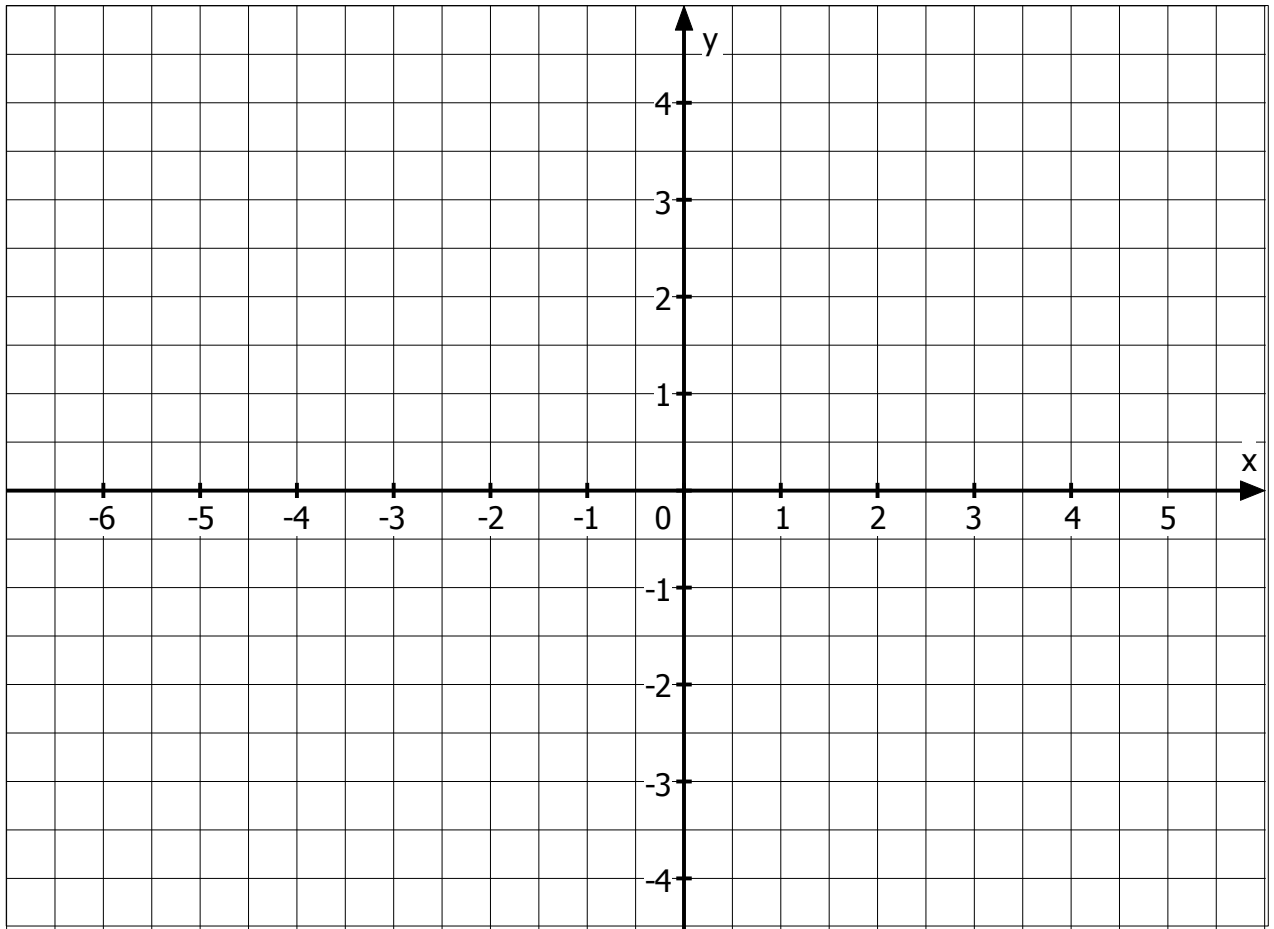
gegebene Funktion f .

Veranschaulichen Sie dies in dem Koordinatensystem auf der folgenden Seite.

Eine Berechnung des Ausdrucks ist nicht gefordert.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 2.6:



3 Analytische Geometrie

/33

Für die Überdachung einer Strandbar werden zwei dreieckige Planen aufgespannt. Sie sind an einer Seite verbunden und an jeweils einer Ecke an einem senkrecht stehenden Mast befestigt. Der Mast ist durch drei Seile abgespannt, d.h. auf dem Boden verankert. Die weiteren Abspannungen der Planen sind nicht dargestellt. (Siehe Abbildung, nicht maßstäblich; 1 LE entspricht 1m)

Gegeben sind die fünf Punkte: $A(4|1|4)$, $B(-3|9|3)$, $D(0|0|6)$, $M(0|0|8)$ und $E(0|4|0)$.

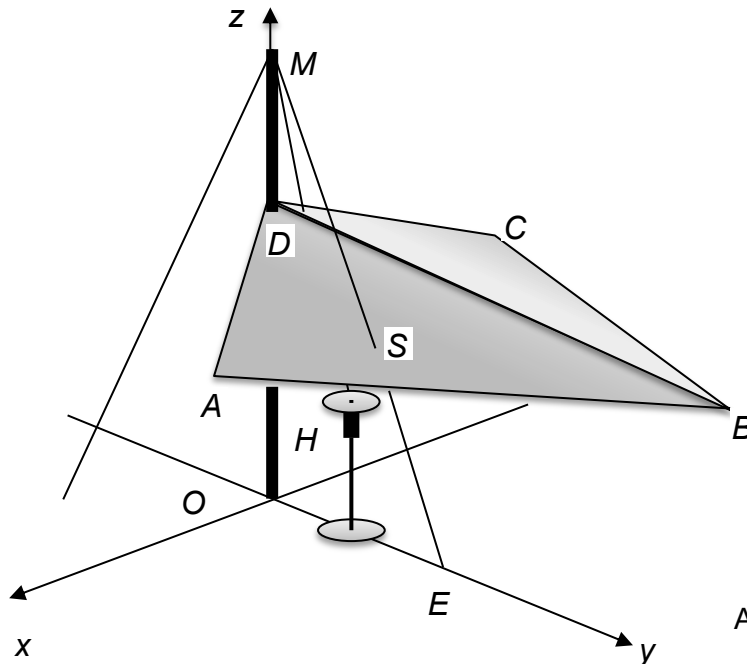


Abbildung: Strandbar

- 3.1 Berechnen Sie die Länge der Abspannung \overline{ME} . /3
- 3.2 Prüfen Sie, ob das Dreieck ABD im Punkt A einen rechten Winkel besitzt. /3
- 3.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Dachfläche ABD . /5
- 3.4 Berechnen Sie die Größe des Winkels, den die Dachflächen ABD und BCD an der Kante BD einschließen. /8
Die Ebene der Dachfläche BCD kann durch die Gleichung $7x - 2y - 13z = -78$ beschrieben werden.

[Zur Kontrolle: Ein Normalenvektor der Ebene der Dachfläche ABD lautet: $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix}$]

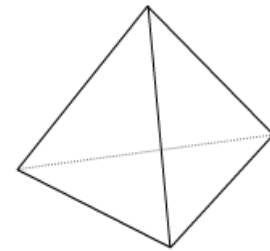
- 3.5 Die Abspannung \overline{ME} durchstößt das Dreieck ABD im Punkt S . Berechnen Sie die Koordinaten von S . /8
- 3.6 Unter der Überdachung wird ein Heizstrahler aufgestellt, dessen Wärmequelle sich im Punkt $H(0|1|2)$ befindet. Aus brandschutztechnischen Gründen muss dieser Punkt mindestens 3 Meter von den Planen entfernt sein. Prüfen Sie durch eine Rechnung, ob dieser Mindestabstand zur Dachfläche ABD eingehalten wird. /6

4 Wahrscheinlichkeitsrechnung

/33

Für ein Spiel wird ein reguläres Tetraeder verwendet, dessen Seiten mit den Ziffern 1, 1, 7, und 9 beschriftet sind.

Bei einem Wurf gilt die Ziffer der Seite, die unten liegt.



- 4.1** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Ziffernfolge 1-1-7-9 in dieser Reihenfolge geworfen wird.

/2
- 4.2** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei viermaligem Werfen des Tetraeders nach der ersten gewürfelten 9 eine 1 gewürfelt wird.

/8
- 4.3** Es soll untersucht werden, wie häufig eine bestimmte Zahl fällt, z. B. eine 7. Begründen Sie, dass das n -malige Werfen des Tetraeders dann als Bernoulli-Kette der Länge n behandelt werden kann.

/2
- 4.4** Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit der beiden folgenden Ereignisse.
 A: Beim 17-maligen Werfen des Tetraeders wird genau viermal die 9 geworfen.
 B: Beim achtmaligen Werfen des Tetraeders werden mindestens sechs Einsen geworfen.

/6
- 4.5** Berechnen Sie, wie oft das Tetraeder mindestens geworfen werden muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens eine 7 geworfen wird.

/5

Bruno bietet auf Gauklerfesten ein Spiel mit dem oben genannten Tetraeder an. Dabei zahlt er ein Zehntel der Summe der sichtbaren Ziffern aus. Zum Beispiel: Das Tetraeder kommt auf einer 1 zum Liegen, dann zahlt Bruno 1,70 € an den Spieler aus, denn er rechnet $\frac{1}{10} \cdot (1 + 7 + 9) = \frac{1}{10} \cdot 17 = 1,7$. Der Einsatz beträgt pro Spiel 1,50 €.

- 4.6** Berechnen Sie, welchen Gewinn Bruno pro Spiel durchschnittlich erwarten kann.

/4
- 4.7** Berechnen Sie, mit welcher Zahl Bruno eine der beiden Einsen auf seinem Tetraeder überkleben muss, damit das Spiel fair ist. Füllen Sie dafür folgende Tabelle aus und nutzen Sie diese als Grundlage für Ihre Berechnungen.

/6

	x	1	7	9
Wahrscheinlichkeit				
Auszahlung	1,70			
Gewinn	-0,20			

Abschlussprüfung Berufsoberschule 2015
Mathematik

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag C

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB																		
		I	II	III																
1.1	<p>Geg.: $f(t) = 110t \cdot e^{-0,3t}$</p> <p>Bestimmung der beiden Ableitungen: $f'(t) = (110 - 33t) \cdot e^{-0,3t}$ und $f''(t) = (9,9t - 66) \cdot e^{-0,3t}$</p> <p>$0 = (110 - 33t) \cdot e^{-0,3t}$ mit der Lösung $t_E = 3,33$ $f''(3,33) = -33 < 0 \Rightarrow H(3,33 366,7)$</p> <p>Antwort: Nach 3,33 Tagen waren rund 367 Individuen erkrankt.</p>	4	1																	
1.2	<p>Gesucht ist der Wendepunkt: $f''(t) = 0$</p> <p>$0 = (9,9t - 66) \cdot e^{-0,3t}$ mit der Lösung $t_W = 6,67$ $f'(6,67) = -40,47$</p> <p>Der stärkste Rückgang der Erkrankten war nach 6,67 Tagen erreicht. Die Anzahl sank um 41 pro Tag.</p>		5																	
1.3	<table border="1" style="margin: 0 auto;"> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>10</td> <td>14</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td>0</td> <td>328</td> <td>360</td> <td>297</td> <td>149</td> <td>63</td> <td>12</td> </tr> </table> 	t	0	2	4	6	10	14	21	$f(t)$	0	328	360	297	149	63	12	2		3
t	0	2	4	6	10	14	21													
$f(t)$	0	328	360	297	149	63	12													
1.4	<p>$f(17) = 30,99$; $f'(17) = -7,47 = m_t$</p> <p>$h: y = mt + n$</p> <p>Einsetzen der Werte: $30,99 = -7,47 \cdot 17 + n$ ergibt $n = 158$</p> <p>Die Tangentengleichung lautet also: $h(t) = -7,47t + 158$</p> <p>Einzeichnen der Tangente (siehe Graphik in 1.3)</p>	2	1	2																
1.5	<p>Die Tangente h hat ihre Nullstelle bei etwa 21.</p> <p>G_f nähert sich asymptotisch der t-Achse, ohne sie zu erreichen.</p> <p>Der Funktionswert von f würde also nie null werden.</p>	1		2																

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
1.6	$g(t) = at \cdot e^{1-bt}$ Das Einsetzen des 2. und 3. Wertepaares ergibt folgende Gleichungen: I: $404 = 2a \cdot e^{1-2b}$ II: $463 = 5a \cdot e^{1-5b}$ I umgestellt nach a: $a = \frac{202}{e^{1-2b}}$ kann in II eingesetzt werden: $463 = 5 \cdot \frac{202}{e^{1-2b}} \cdot e^{1-5b} \Leftrightarrow \frac{463}{1010} = \frac{e^{1-5b}}{e^{1-2b}}$ und somit $\frac{463}{1010} = e^{1-5b-(1-2b)} \Leftrightarrow \frac{463}{1010} = e^{-3b}$ mit der Lösung $b = \frac{\ln \frac{463}{1010}}{-3} \approx 0,26$ Eingesetzt in I ergibt sich: $404 = 2a \cdot e^{1-2 \cdot 0,26}$ mit $a = \frac{202}{e^{0,48}} \approx 125$ Die Gleichung lautet: $g(t) = 125t \cdot e^{1-0,26t}$		2	
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	11	18	5
	Summe der BE	34		

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.1	<p>Der Ansatz $(x+1)^2 = 0$ liefert die Lösung $x = -1$.</p> <p>Da der Zähler hier von null verschieden ist, handelt es sich um eine Polstelle.</p> <p>Untersuchen der Umgebung: $f(-1,01) = 20299$ und $f(-0,99) = 19700$ also ist $x = -1$ ist Polstelle ohne Vorzeichenwechsel (+) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$</p>	3		
2.2	<p>Ansatz für Nullstelle: $0 = x^3 + 3x^2 \Leftrightarrow 0 = x^2(x+3)$</p> <p>mit den Lösungen $x_{1/2} = 0$ und $x_3 = -3$</p> <p>Das Nennerpolynom ist in beiden Fällen von null verschieden.</p>	3		
2.3	$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^2}$ $f'(x) = \frac{(3x^2 + 6x)(x+1)^2 - (x^3 + 3x^2) \cdot 2(x+1)}{(x+1)^4}$ <p>und nach Kürzen des Faktors $(x+1)$ und Vereinfachen</p> $f'(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x}{(x+1)^3}$		3	
2.4	<p>Berechnen des Extrempunktes:</p> $f'(x) = 0$ $x^3 + 3x^2 + 6x = 0$ $x(x^2 + 3x + 6) = 0$ $x_E = 0$ und $x^2 + 3x + 6 = 0$ ergibt keine weiteren Lösungen $f''(0) = 6 > 0 \Rightarrow T(0 0)$ Bestimmung des Wendepunktes: $f''(x) = 0$ $-6x + 6 = 0; x_W = 1; f(1) = 1$, damit $W(1 1)$	6		
2.5	<p>Die Polynomdivision liefert:</p> $\frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^2} = (x^3 + 3x^2) : (x^2 + 2x + 1) = x + 1 + \frac{-3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$ <p>Die Gleichung der Asymptote lautet also: $a(x) = x + 1$.</p>		3	
2.6	<p>Die Schnittstelle zwischen f und a ist dadurch gekennzeichnet, dass der Restterm aus der Polynomdivision gleich null wird.</p> $\frac{-3x - 1}{x^2 + 2x + 1} = 0$ <p>Das gilt für $-3x - 1 = 0$ mit der Lösung $x = -\frac{1}{3}$.</p> <p>Mit $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ ergibt sich $S\left(-\frac{1}{3} \mid \frac{2}{3}\right)$.</p>			3

2.7	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-5</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>-0,5</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-3,13</td> <td>-1,78</td> <td>4</td> <td>2,5</td> <td>2,22</td> <td>4,48</td> </tr> </table>	x	-5	-4	-2	-0,5	2	4	f(x)	-3,13	-1,78	4	2,5	2,22	4,48	2		
	x	-5	-4	-2	-0,5	2	4											
f(x)	-3,13	-1,78	4	2,5	2,22	4,48												
	4																	
2.8	<p>Es wird über den Restterm integriert. Dieser stellt die Differenz zwischen $a(x)$ und $f(x)$ dar. Eine Integration über der Differenzfunktion liefert den Betrag der Fläche zwischen den Graphen von f und a im Intervall $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$.</p> <p>Einzeichnen der Fläche (siehe Graphik in 2.8)</p>			3														
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	17	13	3														
	Summe der BE	33																

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
3.1	$\vec{ME} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}, \vec{ME} = \sqrt{80} \approx 8,944$ <p>Die Abspannung ist etwa 8,94 m lang.</p>	3		
3.2	$\vec{AD} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{AD} \cdot \vec{AB} = 18 \neq 0; \text{kein rechter Winkel}$	3		
3.3	$A = \frac{1}{2} ab \sin \gamma, \quad a = \vec{AD} = \sqrt{21}, \quad b = \vec{AB} = \sqrt{114}$ $\gamma = \arccos \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AB}}{ \vec{AD} \vec{AB} } = \arccos \frac{18}{\sqrt{21 \cdot 114}} = 68,41^\circ$ $A = \frac{1}{2} \sqrt{21 \cdot 114} \sin 68,41^\circ = 22,75$ <p>Die Dachfläche ABD hat einen Inhalt von $22,75 \text{ m}^2$.</p>		5	
3.4	<p>Bestimmen eines Normalenvektors der Ebene E_{ABD}:</p> $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \vec{n}_1 \perp \vec{AD}: -4x - y + 2z = 0$ $\vec{n}_1 \perp \vec{AB}: -7x + 8y - z = 0$ <p>Lösen des unterbestimmten Gleichungssystems z. B. durch $x = 5, y = 6$ und $z = 13$.</p> $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix}$ <p>Ablezen des Normalenvektors der Ebene E_{BCD}:</p> $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -13 \end{pmatrix}$ <p>Berechnung des Winkels zwischen den Normalenvektoren:</p> $\alpha = \arccos \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 } = \arccos \frac{35 - 12 - 169}{\sqrt{230 \cdot 222}} = 130,25^\circ$ <p>Nebenwinkel $\alpha' = 180^\circ - 130,25^\circ = 49,75^\circ$</p>		5	3

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
3.5	<p>Erstellen der Geradengleichung für ME: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$ und der Ebenengleichung für E_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -7 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$.</p> <p>Ansatz: $0 = -4s - 7t$ $4r = -s + 8t$ $8 - 8r = 6 + 2s - t$</p> <p>Lösen des Gleichungssystems mit $t = \frac{2}{15}$, $s = -\frac{7}{30}$ und $r = \frac{13}{40}$</p> <p>Berechnen des Ortsvektors des Durchstoßpunktes: $\vec{x}_S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + \frac{13}{40} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,3 \\ 5,4 \end{pmatrix}$</p> <p>damit gilt: $S(0 1,3 5,4)$</p>	1	1	1
3.6	<p>Ebenengleichung für E_{ABD} in Normalenform: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix} = 0$ und mittels $\vec{n}_1 = \sqrt{230}$ in</p> <p>HNF: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 5/\sqrt{230} \\ 6/\sqrt{230} \\ 13/\sqrt{230} \end{pmatrix} = 0$</p> <p>Bestimmung des Abstandes: $d = \left \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 5/\sqrt{230} \\ 6/\sqrt{230} \\ 13/\sqrt{230} \end{pmatrix} \right = 3,033$</p> <p>Der Abstand ist größer als der geforderte Mindestabstand.</p>			6
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	9	18	6
	Summe der BE	33		

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
4.1	$P("1-1-7-9") = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} = 0,015625$	2		
4.2	<p>z. B. mit Hilfe eines verkürzten Baumes</p> <pre> graph LR Root(()) --- 1_1[1] Root --- 7_1[7] Root --- 9_1[9] 1_1 --- 9_1_1[9] 1_1 --- 7_1_1[7] 1_1 --- 9_1_2[9] 7_1 --- 1_1_1[1] 7_1 --- 7_1_1[7] 7_1 --- 9_1_1[9] 9_1 --- 1_1_1[1] 9_1_1 --- P1_1["1/32"] 7_1_1 --- P1_2["1/64"] 9_1_2 --- P1_3["1/16"] 1_1_1 --- P2_1["1/64"] 7_1_1 --- P2_2["1/128"] 9_1_1 --- P2_3["1/32"] 1_1_1 --- P3["1/8"] </pre> <p>E: Nach der ersten 9 fällt eine 1. $P(E) = \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{32} + \frac{1}{8} = \frac{37}{128} \approx 0,2891$</p>			8
4.3	<p>Bernoulli-Kette, da:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Alle Versuche unabhängig voneinander durchgeführt werden, d. h., dass die Trefferwahrscheinlichkeiten für die Ziffern 1, 7 und 9 immer konstant bleiben. • Es gibt für jeden Versuch nur zwei mögliche Ausgänge: die bestimmte Zahl fällt (Treffer) oder sie fällt nicht (Niete). 	2		
4.4	<p>A $n = 17; p = 0,25$ $P(X = 4) = \binom{17}{4} \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^{13}$ $\approx 0,2209$</p> <p>B $n = 8; p = 0,5$ $P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8)$ $= \binom{8}{6} \cdot 0,5^6 \cdot 0,5^2 + \binom{8}{7} \cdot 0,5^7 \cdot 0,5 + 0,5^8$ $\approx 0,1445$</p>		2	
4.5	<p>E: Es wurde mindestens eine 7 geworfen. $P(E) = P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \geq 0,95$ $P(X = 0) \leq 0,05$ $0,75^n \leq 0,05$ $n \cdot \ln 0,75 \leq \ln 0,05$ $n \geq \frac{\ln 0,05}{\ln 0,75} \approx 10,4$</p> <p>Man muss mindestens 11 Mal das Tetraeder werfen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens einmal eine 7 geworfen hat.</p>			5

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB																						
		I	II	III																				
4.6	<p>Einsatz: 1,50 €</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> <th>7</th> <th>9</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Wahrscheinlichkeit</td> <td>0,5</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> </tr> <tr> <td>Auszahlung</td> <td>1,70</td> <td>1,10</td> <td>0,90</td> </tr> <tr> <td>Gewinn</td> <td>-0,20</td> <td>0,40</td> <td>0,60</td> </tr> </tbody> </table> <p>Durchschnittlicher Gewinn: $G = 0,5 \cdot (-0,20) + 0,25 \cdot 0,40 + 0,25 \cdot 0,60$ $= -0,10 + 0,10 + 0,15$ $= 0,15$</p>		1	7	9	Wahrscheinlichkeit	0,5	0,25	0,25	Auszahlung	1,70	1,10	0,90	Gewinn	-0,20	0,40	0,60	4						
	1	7	9																					
Wahrscheinlichkeit	0,5	0,25	0,25																					
Auszahlung	1,70	1,10	0,90																					
Gewinn	-0,20	0,40	0,60																					
4.7	<p>Einsatz: 1,50 €</p> <p>Ein Spiel ist fair, wenn der durchschnittliche Gewinn 0 ist.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>x</th> <th>1</th> <th>7</th> <th>9</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Wahrscheinlichkeit</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> <td>0,25</td> </tr> <tr> <td>Auszahlung</td> <td>1,70</td> <td>$1,60 + \frac{x}{10}$</td> <td>$1,00 + \frac{x}{10}$</td> <td>$0,80 + \frac{x}{10}$</td> </tr> <tr> <td>Gewinn</td> <td>-0,20</td> <td>$-0,10 - \frac{x}{10}$</td> <td>$0,50 - \frac{x}{10}$</td> <td>$0,70 - \frac{x}{10}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>$G = 0$ $G = 0,25 \cdot (-0,20 - 0,10 - \frac{x}{10} + 0,50 - \frac{x}{10} + 0,70 - \frac{x}{10})$ $0,25 \cdot (0,90 - \frac{3}{10} x) = 0$ $0,90 - \frac{3}{10} x = 0$ $x = 3$ Bruno muss eine 1 mit einer 3 überkleben, damit das Spiel fair wird.</p>		x	1	7	9	Wahrscheinlichkeit	0,25	0,25	0,25	0,25	Auszahlung	1,70	$1,60 + \frac{x}{10}$	$1,00 + \frac{x}{10}$	$0,80 + \frac{x}{10}$	Gewinn	-0,20	$-0,10 - \frac{x}{10}$	$0,50 - \frac{x}{10}$	$0,70 - \frac{x}{10}$			6
	x	1	7	9																				
Wahrscheinlichkeit	0,25	0,25	0,25	0,25																				
Auszahlung	1,70	$1,60 + \frac{x}{10}$	$1,00 + \frac{x}{10}$	$0,80 + \frac{x}{10}$																				
Gewinn	-0,20	$-0,10 - \frac{x}{10}$	$0,50 - \frac{x}{10}$	$0,70 - \frac{x}{10}$																				
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	10	17	6																				
	Summe der BE	33																						