Abschlussprüfung Berufsoberschule 2014
Mathematik

Aufgabenvorschlag A

1 Exponentialfunktionen /34

Gegeben sind die Funktion f durch die Gleichung $f(x) = (2x^2 - 2) \cdot e^{1,5x}$ sowie eine zugehörige Stammfunktion mit $F(x) = \left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{9}x - \frac{4}{27}\right) \cdot e^{1,5x}$.

Der Graph der Funktion sei G_f.

1.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen. **/3**
[Teilergebnis: $x_{1/2} = \pm 1$]

1.2 Zeigen Sie, dass die erste Ableitung $f'(x) = (3x^2 + 4x - 3) \cdot e^{1,5x}$ ist. **/2**

1.3 Bestimmen Sie die Art und Lage der Extrempunkte von G_f. **/9**

1.4 Ermitteln Sie das Verhalten von G_f für $x \to \pm\infty$. **/2**

1.5 Ergänzen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie mit Hilfe aller berechneten Ergebnisse den Graphen von f im Intervall $-4 \le x \le 1,2$ in das vorbereitete Koordinatensystem auf der nächsten Seite. **/6**

x	-4	-3	$-0,5$	$1,2$
$f(x)$	0,07			

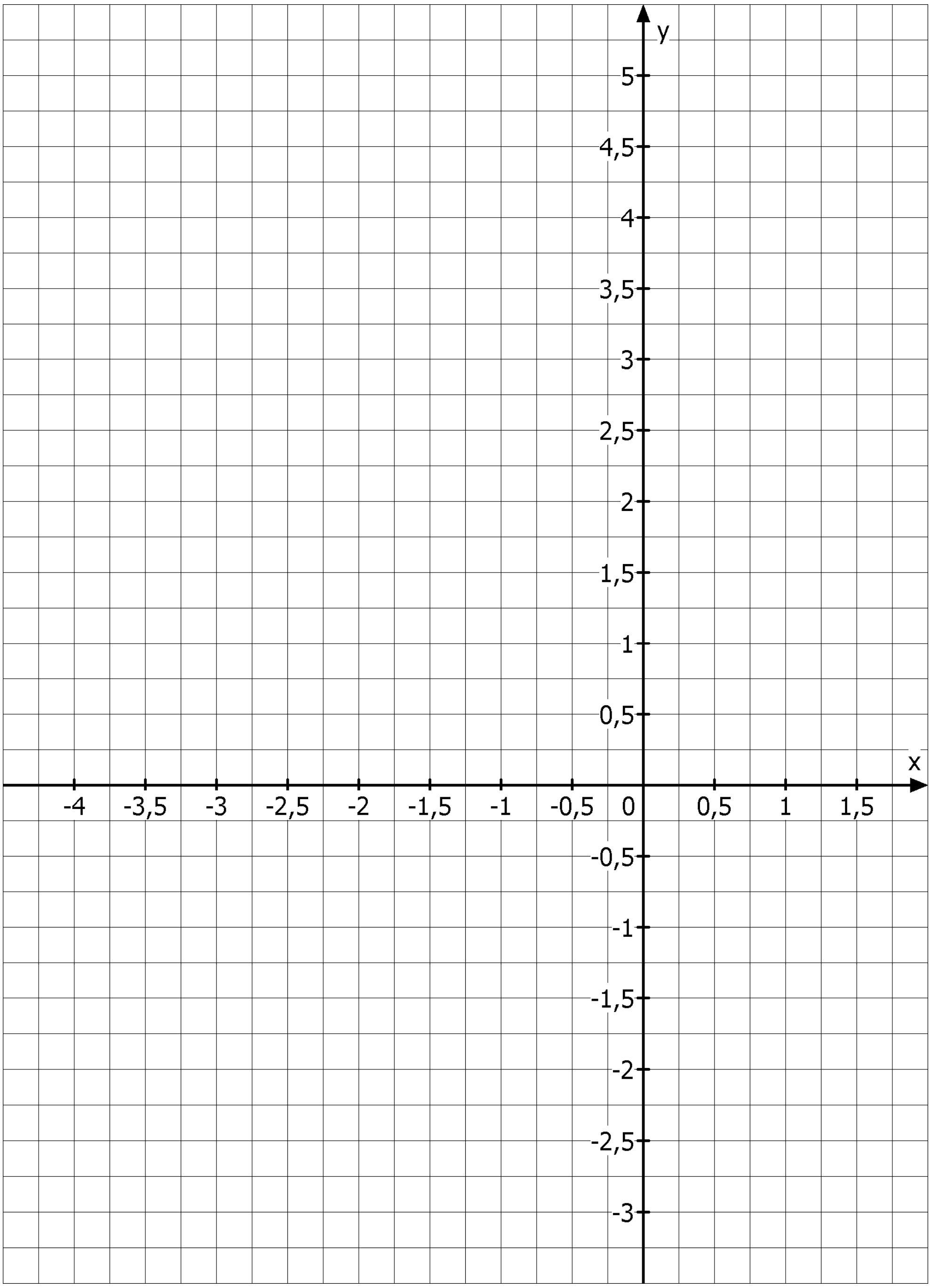
1.6 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion f und der x-Achse vollständig umschlossen wird. **/4**

1.7 Untersuchen Sie, ob es für die Funktion f Stellen gibt, an denen $f(x) = f'(x)$ gilt. Berechnen Sie diese Stellen. **/4**

1.8 Die Funktion f ist eine Funktion aus der Funktionenschar h_k mit **/4**
$h_k(x) = (2x^2 - 2) \cdot e^{kx}$.
Welchen Wert muss der Parameter k annehmen, damit der Graph von h_k an der Stelle $x = 2$ eine waagerechte Tangente besitzt?

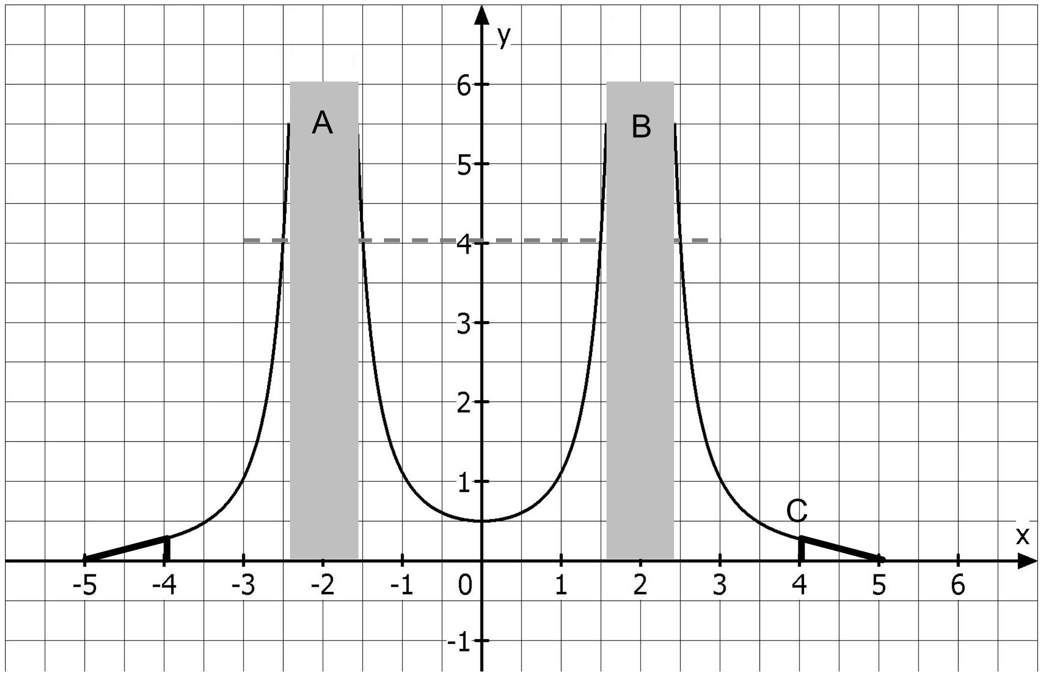
Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.5:



2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Für ein Schülerprojekt soll das Modell einer Hängebrücke entworfen werden.
Zwei massive Stützpfeiler A und B halten die Tragseile, deren Verlauf durch die Funktion f mit $f(x)=\dfrac{2x^2+8}{x^4-8x^2+16}$ beschrieben wird. Die Fahrbahn liegt auf der x-Achse. 1 LE $\hat{=}$ 1 m.



2.1 Zeigen Sie, dass die Funktion f keine Nullstellen besitzt. /2

2.2 Weisen Sie die Symmetrieeigenschaft der Funktion f nach. /2

2.3 Bestimmen Sie die Polstellen der Funktion f. /8

Bestimmen Sie auch das Verhalten des Graphen in deren Umgebung.

Geben Sie die Definitionsmenge von f an.

2.4 Zeigen Sie durch eine Rechnung, dass der Graph der Funktion f nur einen Extrempunkt besitzt. /9
Geben Sie die Koordinaten dieses Punktes an.
Auf den Nachweis mittels 2. Ableitung bzw. Vorzeichenwechselkriterium kann verzichtet werden.

[Hinweis: Eine mögliche 1. Ableitung lautet: $f'(x)=\dfrac{-4x^5-32x^3+192x}{(x^4-8x^2+16)^2}$]

2.5 Die Stützpfeiler A und B sollen so breit sein, dass die Tragseile genau in der Höhe 4 m an den Pfeilern befestigt werden können. /7
Berechnen Sie die Breite des Stützpfeilers B auf mm genau, damit die Tragseile sie in dieser Höhe treffen.

2.6 Das Tragseil wird an den Stellen $x_{1/2}=\pm 4$ an einer Metallkonstruktion befestigt. /5
Die obere schräg verlaufende Strebe soll dabei tangential zum Seil verlaufen.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente im Punkt C.

3 Analytische Geometrie /33

Die Abbildung zeigt die schematische Darstellung einer Tribüne einer Formel-1-Rennstrecke. In den Punkten G und H sind 13 m hohe Masten montiert. In 3 m Höhe über den Punkten G und H wird das Tribünendach an den Masten in den Punkten A und B verankert. Zusätzlich ist das Tribünendach in den Punkten D und C über Seile in den Mastspitzen S_1 und S_2 verankert.
1 LE $\triangleq$ 1 m.

Eckpunkte der Tribüne:
$E(6\,|\,-12\,|\,1), F(54\,|\,12\,|\,1), G(48\,|\,24\,|\,13), H(0\,|\,0\,|\,13)$

Eckpunkte des Tribünendachs:
$C(54\,|\,12\,|\,22)$, $D(6\,|\,-12\,|\,22)$

Hinweis: Die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.

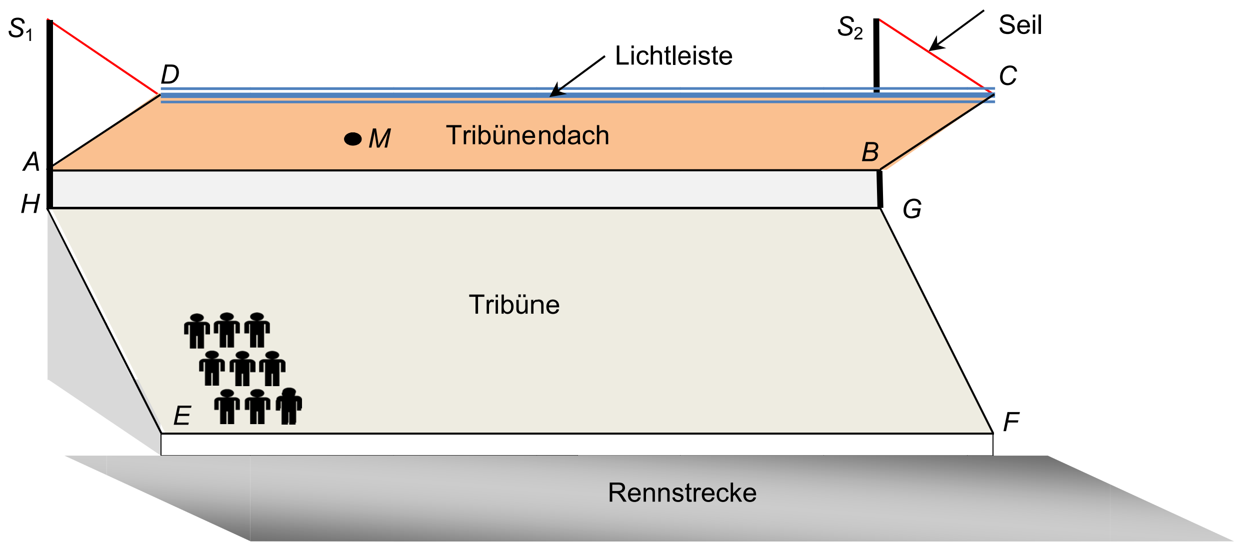


Abbildung: Tribüne mit Tribünendach

3.1 C und D sind die vorderen Eckpunkte des Tribünendaches. Zur Beleuchtung der Rennstrecke ist an der oberen Dachkante CD eine Lichtleiste angebracht. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden g, auf der diese Lichtleiste liegt. Bestimmen Sie die Länge der Lichtleiste. Bestimmen Sie die Länge des Seils, das von der Mastspitze S_1 zum Punkt D führt. /6

3.2 Geben Sie eine Gleichung der Ebene E_2 des Tribünendaches $ABCD$ in Parameter- und in Koordinatenform an.
[mögliches Ergebnis für E_2 in Koordinatenform: $E_2: x-2y-5z=-80$] /7

3.3 Berechnen Sie den Winkel α, den die Ebene E_2 (Tribünendach) mit einem der Masten einschließt. /4

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

3.4 Das rechteckige Tribünendach ist mit Solarzellen belegt. **/5**
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Dachkanten $\overline{AD}$ und $\overline{CD}$ senkrecht zueinander stehen.
Bestimmen Sie den Gesamtflächeninhalt der Solarzellen.

3.5 Die Tribüne liegt in der Ebene $E_1: 2x - 4y + 5z = 65$. Für eine Videoüberwachung wird im Punkt $M(19\,|\,2\,|\,19)$ eine Kamera installiert. Aus Sicherheitsgründen ist ein Abstand von mindestens 9 m zur Tribüne vorgesehen. **/6**

Prüfen Sie, ob dieser Mindestabstand eingehalten wird.

3.6 Im Punkt D ist ein Scheinwerfer installiert. Ein Lichtstrahl verläuft parallel zum Vektor $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,3 \\ -1 \end{pmatrix}$ und fällt auf die Rennstrecke, die in der x-y-Ebene liegt. **/5**

Bestimmen Sie die Koordinaten des Lichtpunktes D', den dieser Lichtstrahl auf der Rennstrecke bildet.

4 Wahrscheinlichkeitsrechnung /33

Ein Verlag gibt eine Jugendzeitschrift in großer Auflage heraus. Die Anzeigenabteilung interessiert sich dafür, wie viele Jugendliche die Zeitschrift regelmäßig lesen. Deshalb beauftragt sie ein Umfrageinstitut. Das Umfrageinstitut befragt eine Anzahl von Jugendlichen, ob sie regelmäßige Leser der Zeitschrift sind.
Die befragten Jugendlichen werden nach Alter und Geschlecht in vier Gruppen eingeteilt.

Die Ergebnisse der Umfrage sind in folgender Tabelle dargestellt.

Gruppe	Anteil an den insgesamt befragten Jugendlichen	Anteil der regelmäßigen Leser in der jeweiligen Gruppe
I	27 %	70 %
II	22 %	40 %
III	28 %	30 %
IV	23 %	5 %

4.1 Ein Jugendlicher wird zufällig ausgewählt. Welcher Gruppe er angehört und ob er die Zeitschrift regelmäßig liest oder nicht, kann als 2-stufiger Zufallsversuch aufgefasst werden. **/4**

Veranschaulichen Sie die Ergebnisse der Umfrage (siehe Tabelle) in einem Baumdiagramm. Wählen Sie eine geeignete Bezeichnung der Ereignisse und beschriften Sie das Baumdiagramm vollständig.

4.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jugendlicher aus Gruppe IV kommt und die Zeitschrift regelmäßig liest. **/1**

4.3 Berechnen Sie den Anteil der regelmäßigen Leser der Zeitschrift unter allen Jugendlichen. **/2**

4.4 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jugendlicher, der die Zeitschrift regelmäßig liest, aus Gruppe IV kommt. **/3**

4.5 Benny behauptet, dass die Ergebnisse aus 4.2 und aus 4.4 gleich sein müssen. Anna widerspricht ihm und sagt, dass es sich um zwei verschiedene Fragestellungen handelt und deshalb die Ergebnisse nicht gleich sind. **/4**

Begründen Sie, dass Anna Recht hat.

4.6 Aus der Gruppe I sollen nacheinander zufällig Jugendliche ausgewählt werden. Es interessiert, ob sie regelmäßige Leser der Zeitschrift sind. **/8**

(1) Warum kann dieser Versuch als Bernoulli-Kette angesehen werden? Geben Sie auch die Trefferwahrscheinlichkeit der Kette an.
[Hinweis: Sollten Sie *p* nicht bestimmt haben, rechnen Sie weiter mit $p = 0{,}7$.]

(2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 10 zufällig ausgewählten Jugendlichen der Gruppe I weniger als 7 die Zeitschrift regelmäßig lesen.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

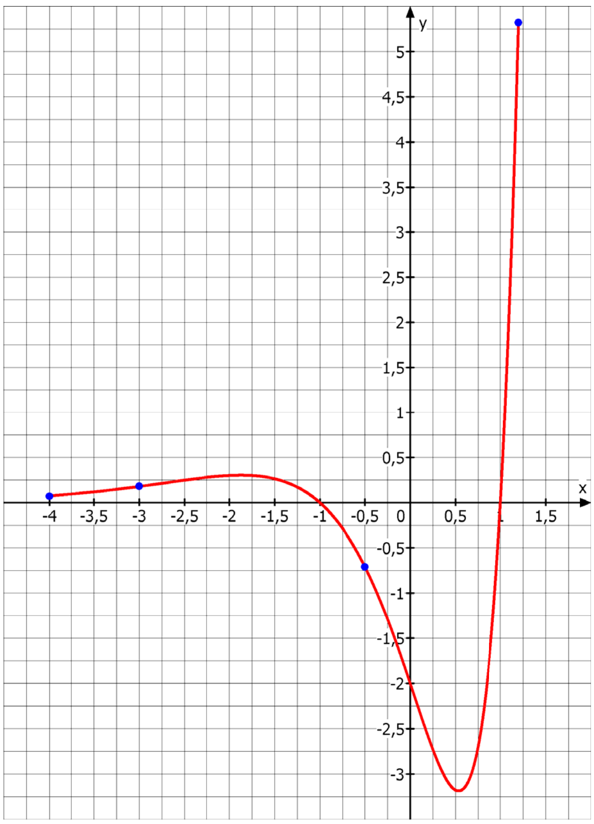
4.7 5 Jugendliche der Gruppe IV sitzen in einer Reihe. **/6**
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

a) E_1: Nur der erste und nur der vierte Jugendliche lesen die Zeitschrift regelmäßig.
b) E_2: Genau zwei der fünf Jugendlichen lesen die Zeitschrift regelmäßig und sitzen nebeneinander.

4.8 Berechnen Sie, wie viele Jugendliche der Gruppe IV man mindestens befragen muss, wenn mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens ein regelmäßiger Leser unter ihnen sein soll. **/5**

Abschlussprüfung Berufsoberschule 2014
Mathematik

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag A

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.1</td><td>Der Ansatz $(2x^2-2)\cdot e^{1,5x}=0$ liefert die Lösungen $x_{1/2}=\pm 1$
$N_1(-1|0)$, $N_2(1|0)$
Die y-Achse wird in $S_y(0|-2)$ geschnitten.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>Bilden der 1. Ableitung mittels Produkt- und Kettenregel:
$f'(x)=(3x^2+4x-3)\cdot e^{1,5x}$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>1.3</td><td>Der Ansatz $f'(x)=0$ liefert die Lösungen $x_1=0,5352$ und $x_2=-1,869$.
$f''(x)=(4,5x^2+12x-0,5)\cdot e^{1,5x}$
Nachweis der Extrema:
$f''(0,5352)=16,1>0 \Rightarrow T(0,5352\,|\,-3,185)$
$f''(-1,869)=-0,437<0 \Rightarrow H(-1,869\,|\,0,302)$</td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>1.4</td><td>z. B. durch Testeinsetzungen: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>1.5</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>$-0,5$</td><td>$1,2$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>0,07</td><td>0,18</td><td>-0,71</td><td>5,32</td></tr>
</table>


</td><td>3

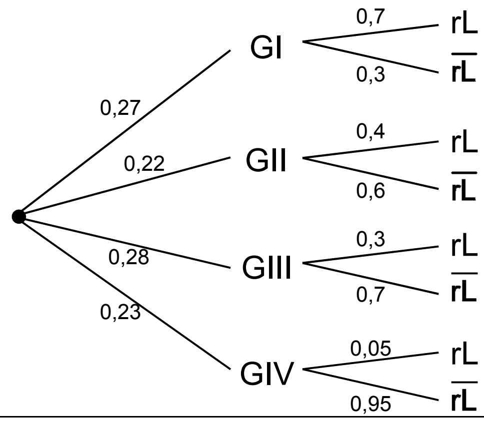
3</td><td></td><td></td></tr>
</table>

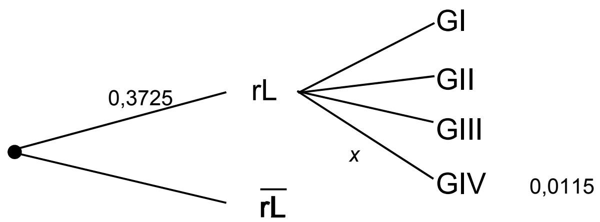
Teilaufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
1.6	$\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \left[\left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{9}x - \frac{4}{27}\right)\cdot \mathrm{e}^{1,5x}\right]_{-1}^{1} = -3{,}317$, also $A =$ 3,317 FE		4	
1.7	Der Ansatz $f(x) = f'(x)$ liefert die Gleichung $(2x^2 - 2)\cdot \mathrm{e}^{1,5x} = (3x^2 + 4x - 3)\cdot \mathrm{e}^{1,5x}$, vereinfacht: $x^2 + 4x - 1 = 0$ mit den Lösungen $x_1 = 0{,}236$ und $x_2 = -4{,}236$. An den Stellen x_1 und x_2 sind die Funktionswerte und die Werte der Steigungen gleich.		4	
1.8	Als erste Ableitung ergibt sich $h_k'(x) = (4x + 2kx^2 - 2k)\cdot \mathrm{e}^{kx}$. Die Bedingung für eine waagerechte Tangente ergibt die Gleichung $2kx^2 + 4x - 2k = 0$. Daraus entsteht durch Einsetzen von $x = 2$ $8k + 8 - 2k = 0$ mit der Lösung: $k = -\frac{4}{3}$.			4
	Summe (Aufgabe 1)	12	18	4
	Mögliche BE	34		

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
2.1	Der Ansatz $2x^2+8=0$ liefert keine Lösungen.	2		
2.2	$f(-x)=f(x)$ wird nachgewiesen, damit Achsensymmetrie zur y-Achse.	2		
2.3	Da der Zähler stets ungleich Null ist, sind die Nullstellen der Nennerfunktion zu bestimmen: $x^4-8x^2+16=0$ Durch Substitution erhält man die Gleichung $z^2-8z+16=0$ mit der Doppellösung $z_{1/2}=4$, nach Resubstitution $x_{1/2}=\pm 2$. $\mathrm{ID}=\mathrm{IR}\setminus\{-2;2\}$ Die Umgebung von $x_1=2$ ergibt mit $f(1{,}9)\approx f(2{,}1)=100{,}05$ eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel, wegen der Symmetrie desgleichen bei -2.		8	
2.4	Bestimmung der ersten Ableitung $f'(x)=\dfrac{4x(x^4-8x^2+16)-(2x^2+8)(4x^3-16x)}{(x^4-8x^2+16)^2}=\dfrac{-4x^5-32x^3+192x}{(x^4-8x^2+16)^2}$ Notwendige Bedingung für lokale Extrema: $f'(x)=0$: $-4x^5-32x^3+192x=0$, durch Ausklammern in $-4x(x^4+8x^2-48)=0$ kann die erste Lösung $x_1=0$ abgelesen werden. Der Term in der Klammer hat die Lösungen $x_{2/3}=\pm 2$, dies sind allerdings die Polstellen. Die Koordinaten des Extrempunktes lauten also $E(0\,\|\,0{,}5)$.	6	3	
2.5	Der Ansatz: $4=\dfrac{2x^2+8}{x^4-8x^2+16}$ ergibt nach Umstellen die Gleichung $x^4-\dfrac{17}{2}x^2+14=0$ mit den Lösungen nach Substitution $z_1=6{,}265$ und $z_2=2{,}234$, nach Resubstitution $x_{1/2}=\pm 2{,}507$ und $x_{3/4}=\pm 1{,}495$, somit beträgt die Breite eines Pfeilers $b=2{,}507-1{,}495=1{,}012$.		7	
2.6	Die Koordinaten des Befestigungspunktes liegen bei $C(4\,\|\,0{,}2778)$. An dieser Stelle beträgt die Steigung des Graphen $f'(4)=-\dfrac{7}{27}\approx -0{,}2593$. Durch Einsetzen in die Gleichung $y=mx+n$ erhält man $0{,}2778=-\dfrac{7}{27}\cdot 4+n$. Somit ist $n=1{,}315$. Die Gleichung der Tangente lautet $y=-\dfrac{7}{27}x+1{,}315$.			5
	Summe (Aufgabe 2)	10	18	5
	Mögliche BE	33		

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
3.1	$g: \vec{x} = \overrightarrow{OC} + r\overrightarrow{CD}$; $r \in \mathrm{IR}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 54 \\ 12 \\ 22 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 6-54 \\ -12-12 \\ 22-22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 54 \\ 12 \\ 22 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -48 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix}$; $r \in \mathrm{IR}$ $\left\|\overrightarrow{CD}\right\| = \left\| \begin{pmatrix} -48 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{2880} \approx 53{,}7$ Die Länge der Lichtleiste beträgt 53,7 m. $l = \left\|\overrightarrow{S_1D}\right\| = \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 22 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 26 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 4 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{196} = 14$ Die Länge der Seils beträgt 14 m.	2 2	2	
3.2	Eine Parameterform: $E_2: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r\overrightarrow{AD} + t\overrightarrow{CD}$; $r,t \in \mathrm{IR}$ $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -48 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix}$; $r,t \in \mathrm{IR}$ Bestimmung eines möglichen Normalenvektors $\vec{n} = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -48 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 144 \\ -288 \\ -720 \end{pmatrix}$ und d mit $d = \vec{n} \cdot \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 144 \\ -288 \\ -720 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix} = -11520$ Eine Gleichung in Koordinatenform: $E_2: x - 2y - 5z = -80$	3	4	
3.3	Der Winkel zwischen der Ebene des Tribünendachs und dem Mast entspricht dem Winkel zwischen den Vektoren $\overrightarrow{HS_1}$ und $\overrightarrow{AD}$. $\overrightarrow{HS_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{HS_1} \cdot \overrightarrow{AD}}{\left\|\overrightarrow{HS_1}\right\| \cdot \left\|\overrightarrow{AD}\right\|} = \dfrac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix}\right\| \cdot \left\|\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix}\right\|} \approx 0{,}408 \Rightarrow \alpha \approx 65{,}9°.$		4	

Teilaufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
3.4	$\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -48 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{CD}$	2		
	$A_{gesamt} = \lvert\overrightarrow{AD}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{CD}\rvert = \left\lvert \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \right\rvert \cdot \left\lvert \begin{pmatrix} -48 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rvert = \sqrt{216} \cdot \sqrt{2880} \approx 788{,}72$ Der Gesamtflächeninhalt der Solarzellen beträgt 788,72 m^2.	3		
	alternativ mit: $A_{gesamt} = \lvert \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{DC} \rvert$ $A_{gesamt} = \left\lvert \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 48 \\ 24 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rvert = \left\lvert \begin{pmatrix} -144 \\ 288 \\ 720 \end{pmatrix} \right\rvert \approx 788{,}72$			
3.5	$E_1: 2x - 4y + 5z = 65$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \lvert\vec{n}\rvert = \sqrt{45} \Rightarrow \frac{2x}{\sqrt{45}} - \frac{4y}{\sqrt{45}} + \frac{5z}{\sqrt{45}} = \frac{65}{\sqrt{45}}$		2	
	$d = \lvert \overrightarrow{OM} \cdot \vec{n} - k \rvert = \left\lvert \begin{pmatrix} 19 \\ 2 \\ 19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{45}} \\ \frac{-4}{\sqrt{45}} \\ \frac{5}{\sqrt{45}} \end{pmatrix} - \frac{65}{\sqrt{45}} \right\rvert \approx 8{,}94$ Abstand von Punkt M zur Tribünenebene: $d \approx 8{,}94$ m. Der Abstand wird nicht eingehalten.			4
3.6	Berechnung des Schnittpunkts der Geraden des „Lichtstrahls" durch den Punkt D mit der Ebene $z = 0$. $m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 22 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}3 \\ -1 \end{pmatrix}$; $r \in \mathrm{IR}$ $z = 0 \Rightarrow r = 22$; $x = 6$; $y = -18{,}6$ Der Punkt ist $D'(6 \mid -18{,}6 \mid 0)$.			5
	Summe (Aufgabe 3)	12	12	9
	Mögliche BE	33		

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>4.1</td><td>Gi … Zugehörigkeit zur Gruppe i mit i = I, II, III, IV
rL … regelmäßiger Leser

</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.2</td><td>$P(\text{GIV} \cap \text{rL}) = 0,23 \cdot 0,05 = 0,0115 = 1,15\,\%$</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.3</td><td>$P(\text{rL}) = 0,27 \cdot 0,7 + 0,22 \cdot 0,4 + 0,28 \cdot 0,3 + 0,0115$
$= 0,3725 = 37,25\,\%$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.4</td><td>$P_{\text{rL}}(\text{GIV}) = \frac{P(\text{GIV} \cap \text{rL})}{P(\text{rL})} = \frac{0,0115}{0,3725} \approx 0,031 = 3,1\,\%$

alternativ:
Inverses Baumdiagramm (auch auf interessierenden Pfad reduziert)


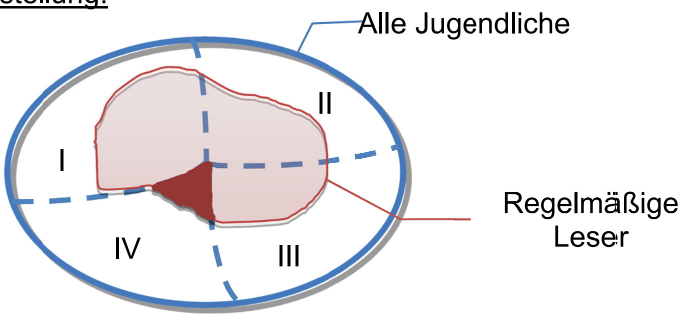
$x = \frac{0,0115}{0,3725} \approx 0,031 = 3,1\,\%$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>4.5</td><td>

- 4.2: Grundmenge sind **alle Jugendlichen**, gesuchte Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer von ihnen die **zwei Merkmale** „Jugendlicher aus Gruppe IV“ und „regelmäßiger Leser“ trägt → Schnittwahrscheinlichkeit
- 4.4: Grundmenge sind **alle regelmäßigen Leser**, gesuchte Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer von ihnen (zusätzlich) **das Merkmal** „Jugendlicher aus Gruppe IV“ trägt → bedingte Wahrscheinlichkeit

Daher ergeben sich zwei verschiedene Fragestellungen.

alternativ mit:
Graphische Darstellung:



4.2: Verhältnis der dunkel markierten Fläche zur Gesamtfläche
4.4: Verhältnis der dunkel markierten Fläche zur „inneren“ Fläche</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>4.6</td><td>

(1) Es handelt sich um eine BERNOULLI-Kette, da man von einem so großen Umfang der Gruppe ausgehen kann, dass das Auswählen eines Jugendlichen kaum von der Wahl der vorherigen Jugendlichen abhängt (Unabhängigkeit der Versuche). Für jeden ausgewählten Jugendlichen gibt es genau zwei Aussagen, entweder ist er ein regelmäßiger Leser (Treffer) oder nicht (Niete).
Die Trefferwahrscheinlichkeit ist der gegebenen Tabelle (letzte Spalte) zu entnehmen, unter den Jugendlichen der Gruppe I gibt es 70 % regelmäßige Leser, $p = 0,7$.

(2) $P(X=k) = B(n;p;k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

$$\begin{aligned} P(E) &= P(X<7) = 1 - P(X \geq 7) \\ &= 1 - (P(X=7) + P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)) \\ &= 1 - (0,2668 + 0,2335 + 0,1211 + 0,0282) \\ &= 1 - 0,6496 \\ &= 0,3504 \approx 35\ \% \end{aligned}$$

alternativ:
Richtige Verwendung der Tabellen zur kumulierten/summierten Binomialverteilung aus den zugelassenen Tafelwerken/Formelsammlungen ergibt ebenfalls volle Punktzahl.</td><td>2</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

Teilaufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
4.7	a) Dies entspräche genau einem Pfad in einem 5-stufigen Binärbaum mit 2 Treffern. $P(\mathrm{E}_1) = 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^3$ $= 0{,}00214 = 0{,}214\ \%$ b) Dies entspräche jedem Pfad in einem 5-stufigen Binärbaum mit 2 Treffern, die aufeinanderfolgen. Es gibt genau 4 Pfade mit zwei aufeinanderfolgenden Treffern. $P(\mathrm{E}_2) = 4 \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^3$ $= 0{,}008574 = 0{,}8574\ \%$	3	3	
4.8	E: Es wurde mindestens ein regelmäßiger Leser befragt. $P(\mathrm{E}) = 1 - P(\overline{\mathrm{E}}) \geq 0{,}99 \Rightarrow P(\overline{\mathrm{E}}) \leq 0{,}01$ $P(\overline{\mathrm{E}}) = B(n;\ 0{,}05;\ 0) = \binom{n}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^{n-0} = 0{,}95^n \leq 0{,}01$ $\Rightarrow n \geq \frac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}95} \approx 89{,}8$ Man muss mindestens 90 Jugendliche aus Gruppe IV befragen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens einen regelmäßigen Leser befragt hat.			5
	Summe (Aufgabe 4)	12	12	9
	Mögliche BE	33		