Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2019

Mathematik

Grundkurs

Aufgabenvorschlag Teil 1 für Prüflinge

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
nicht für Aufgabenstellung 1	Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist
	Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen
Gesamtbearbeitungszeit:	255 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: hilfsmittelfreier Teil

Hinweis: Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten.

Die Aufgabenstellung und die Lösung zum hilfsmittelfreien Teil werden spätestens nach 45 Minuten abgegeben.

Eine frühere Abgabe ist möglich.

Nach Abgabe der bearbeiteten Aufgabenstellung 1 kann mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen begonnen werden.

In jedem Fall können die zugelassenen Hilfsmittel erst nach Ablauf der 45 Minuten verwendet werden.

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 4

Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 4.1 oder 4.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

1.1 Analysis 1

Eine Funktion f ist gegeben durch $f\left(x\right)=-5x^4-3x^2+x;\ x\in IR$.

a) Ermitteln Sie die Gleichung der Ableitungsfunktion f'.
Geben Sie die Gleichung einer Stammfunktion F von f an.

b) Der Graph von f hat ein Maximum an der Stelle x_{Max}.
Geben Sie ein Intervall der Länge 1 an, in dem die Stelle x_{MAX} liegen muss.
Begründen Sie Ihre Angabe.

1.2 Analysis 2

Gegeben sind die in IR definierten Funktionen g mit $g(x)=x^2-3$ und
h mit $h(x)=-x^2+2x+1$.

a) Zeigen Sie, dass sich die Graphen von g und h nur für $x=-1$ und $x=2$ schneiden.

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die die Graphen von g und h einschließen.

1.3 Geometrie

Gegeben ist eine Gerade g durch die Gleichung $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\3\\6\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\-5\\-1\end{pmatrix};r\in IR$.

a) • Geben Sie eine Gleichung einer Geraden p an, die echt parallel zu g verläuft.
• Geben Sie eine Gleichung einer Geraden s an, die g senkrecht schneidet.

b) Entscheiden Sie begründet, ob jede mögliche Gerade s auch die Gerade p schneidet.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.4 Stochastik

Ein Chor besteht aus zwölf Frauen und neun Männern; eine der Frauen leitet den Chor. An einer Preisverleihung dürfen zwei Mitglieder des Chors teilnehmen.

a) Zunächst geht man davon aus, dass die Leiterin des Chors an der Preisverleihung teilnimmt und das zweite Mitglied zufällig ausgewählt wird. Geben Sie für diesen Fall die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass das zweite Mitglied eine Frau ist.

Da die Leiterin an der Preisverleihung nicht teilnehmen kann, werden zwei der anderen Mitglieder zufällig ausgewählt.

b) Begründen Sie ohne zu rechnen, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Frauen ausgewählt werden, größer ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Männer ausgewählt werden.

c) Geben Sie einen Term an für die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau und ein Mann ausgewählt werden.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben										
Aufgabe	1.1 Analysis 1		1.2 Analysis 2		1.3 Geometrie		1.4 Stochastik			
Teilaufgabe	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	c)	Summe
BE	2	3	2	3	3	2	1	1	3	20

Zentrale schriftliche Abiturprüfung **2019**

Mathematik

Grundkurs

Aufgabenvorschlag **Teil 2** **für Prüflinge**

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 4

Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 4.1 oder 4.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabe 2.1: Kiri-Bäume

Kiri-Bäume wachsen außergewöhnlich schnell. Die Holzmasse eines Kiri-Baums nimmt ca. 10-mal so schnell zu wie die einer Eiche. Ursprünglich kommt der Kiri-Baum aus Südost-Asien, aber er wird auch in Europa zur Holzproduktion gepflanzt. Zurzeit wird untersucht, unter welchen Bedingungen Kiri-Bäume besonders gut wachsen.

Das Wachstum eines Baums A kann für $t \geq 0$ bis zum Erreichen der maximalen Höhe näherungsweise durch die Funktion h mit $h(t) = -0{,}1 \cdot t^4 + 20 \cdot t^2$ beschrieben werden. Dabei gibt t die Zeit in Jahren und $h(t)$ die Höhe in cm an.

a) Bestimmen Sie die Höhe des Baums A nach 2 Jahren und nach 8 Jahren.
Berechnen Sie die maximale Höhe des Baums A.
Geben Sie an, wie viele Jahre der Baum A wächst.

b) Berechnen Sie die höchste Wachstumsgeschwindigkeit des Baums A in cm/Jahr.
Es genügt die Bearbeitung mit dem notwendigen Kriterium.

Das Wachstum eines anderen Baums B kann für $t \geq 0$ bis zum Erreichen der maximalen Höhe näherungsweise durch die Funktion g mit $g(t) = at^3 + bt^2$ beschrieben werden. Dabei gibt t die Zeit in Jahren und $g(t)$ die Höhe in cm an.

c) Der Baum B ist nach 5 Jahren 500 cm hoch und seine Wachstumsgeschwindigkeit beträgt zu diesem Zeitpunkt 150 cm/Jahr.
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Funktion g.

[Kontrollergebnis: $g(t) = -2t^3 + 30t^2$]

d) Die Bäume A und B beginnen gleichzeitig mit ihrem Wachstum (bei $t = 0$).
Geben Sie die Höhe der Bäume A und B zum Beobachtungsbeginn an.
Berechnen Sie, zu welchen Zeiten der Baum A und der Baum B die gleichen Wachstumsgeschwindigkeiten besitzen.

e) Untersuchen Sie, zu welchen Zeiten die Wachstumsgeschwindigkeiten der Bäume A und B am stärksten voneinander abweichen.
Die Anwendung einer hinreichenden Bedingung wird nicht gefordert.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 2.1: Kiri-Bäume (Fortsetzung)

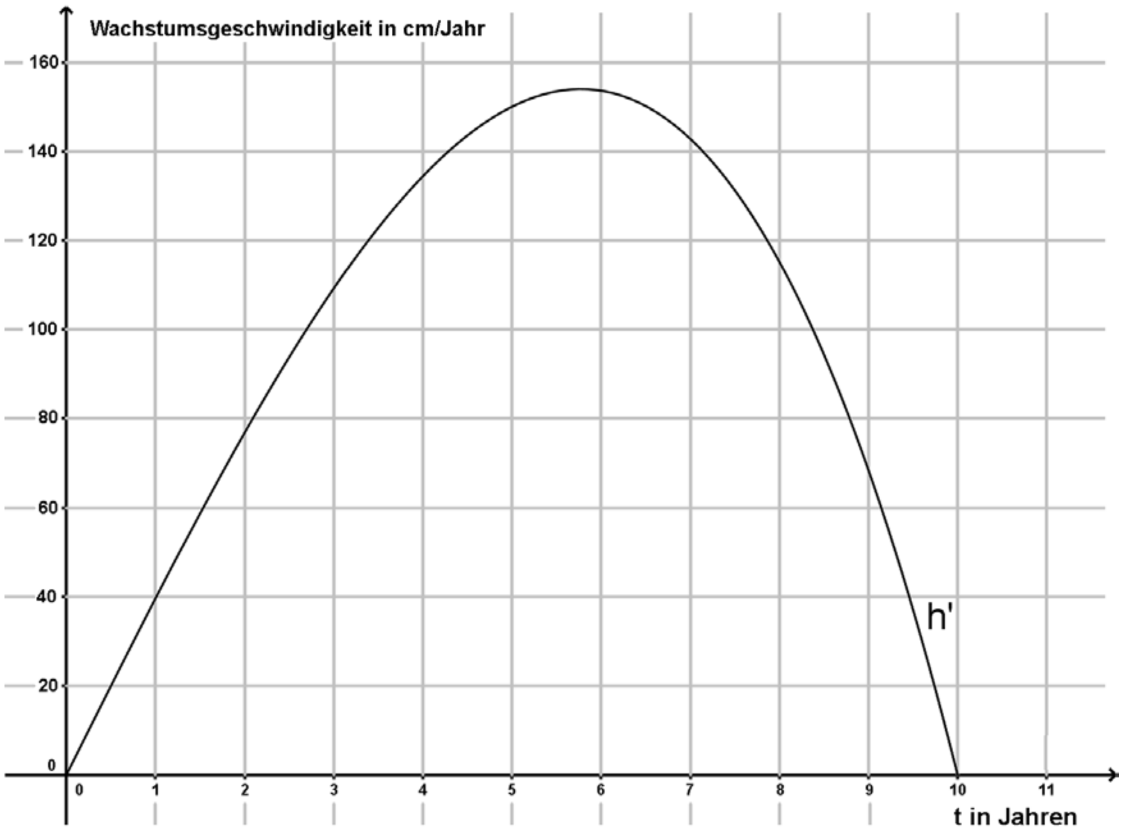
f) In dem Koordinatensystem in der Anlage ist der Graph der Funktion h' bereits eingezeichnet.
Ergänzen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie den Graphen von g' für $0 \leq t \leq 10$ in dem Koordinatensystem in der Anlage ein.

t	0	2	4	5	6	8	10
$g'(t)$		96		150		96	

g) Die Graphen von g' und h' schließen im I. Quadranten zwei Teilflächen vollständig ein.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Teilfläche, die im Intervall I = [0;5] liegt.
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang unter Einbeziehung von Lösungen aus den Aufgabenteilen d) und f).

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben								
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	Summe
BE	10	4	5	7	4	4	6	40

Anlage zu Aufgabe 2.1: Kiri-Bäume



Aufgabe 2.2: Hormonpflaster

Mit einem Pflaster können einer Person durch die Haut Medikamente zugeführt werden, z. B. Hormone. Diese Pflaster geben über einen langen Zeitraum hinweg Hormone ab.

Eine Arzneimittelfirma hat solche Pflaster an Personen getestet, deren körpereigene Hormonproduktion lediglich 50 % des Sollwertes beträgt. Der Sollwert liegt bei 100 %.

Bei der Messung der Hormonwerte zeigt sich, dass die Messergebnisse durch folgende Funktion h beschrieben werden können:

$$h(t) = 8t \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} + 50 \;;\quad t \geq 0 \,.$$

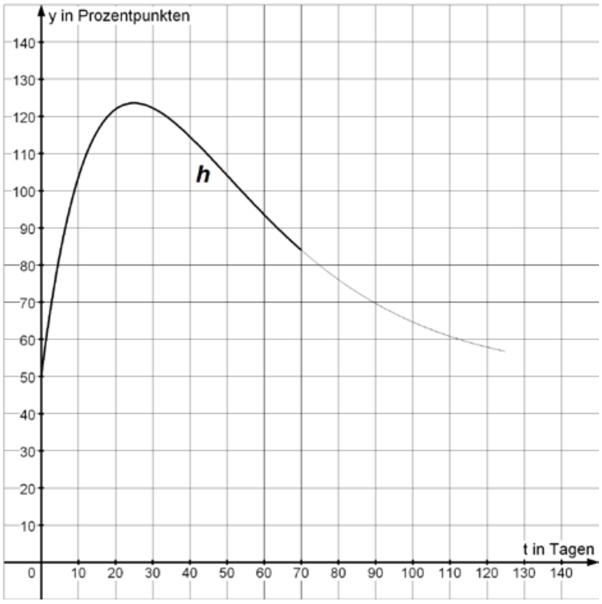
Dabei ist t die Zeit in Tagen ab Beginn der Behandlung.

Die Funktionswerte von h werden als Hormonspiegel bezeichnet.

Der Hormonspiegel gibt in Abhängigkeit von t den Anteil bezüglich des Sollwerts in Prozent an.

Funktionswerte größer als 100 sind möglich, wenn der Hormonwert über dem Sollwert liegt.

Nebenstehend sehen Sie eine Abbildung des Graphen von h für $t \geq 0$.



a) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte von h für $t \to +\infty$.

b) Ermitteln Sie, wann der maximale Wert des Hormonspiegels erreicht wird und berechnen Sie diesen Wert.
Es genügt die Verwendung der notwendigen Bedingung.
[Kontrollergebnis: $h'(t) = (8 - 0{,}32\,t) \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}$]

c) Wenn der Hormonspiegel stark abfällt, werden vermehrt Nebenwirkungen beobachtet.
Ermitteln Sie den Zeitpunkt, an dem der Hormonspiegel am stärksten fällt. (Es genügt die Verwendung der notwendigen Bedingung).
Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt den Wert des Hormonspiegels.
Geben Sie für diesen Zeitpunkt die lokale Änderungsrate in % pro Tag an.
Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden: $h''(t) = (-0{,}64 + 0{,}0128\,t) \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}$.

d) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Hormonspiegels in den ersten sieben Tagen nach Beginn der Behandlung.

e) Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden, dass durch $H(t) = -(200 \cdot t + 5000) \cdot e^{-0.04 \cdot t} + 50 \cdot t$ eine Stammfunktion H von h gegeben ist.
Weisen Sie nach, dass $\frac{1}{70} \cdot \int_0^{70} h(t)\,dt > 100$ gilt.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 2.2: Hormonpflaster (Fortsetzung)

f) Bei einem Patienten wird das Pflaster nach 70 Tagen entfernt. Der Hormonspiegel kann danach durch eine Gerade g beschrieben werden, die im Punkt $P(70 \mid h(70))$ tangential zum Graphen von h verläuft.

Ermitteln Sie eine Gleichung für g.

[Kontrollergebnis: $g(t) \approx -0{,}88 \cdot t + 145{,}7$]

Ermitteln Sie rechnerisch, ab welchem Zeitpunkt $g(t) \leq 50$ gilt.

g) Der Hersteller möchte die Wirkstoffmenge in den Pflastern erhöhen und geht davon aus, dass der Hormonspiegel dann durch eine Funktion h_k mit folgender Gleichung beschrieben werden kann:

$$h_k(t) = k \cdot t \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} + 50\,,\ t \geq 0 \text{ und } k \geq 0\,.$$

Ermitteln Sie, ab welchem Wert von k der Hormonspiegel am 70. Tag noch mindestens den Wert 100 erreicht.

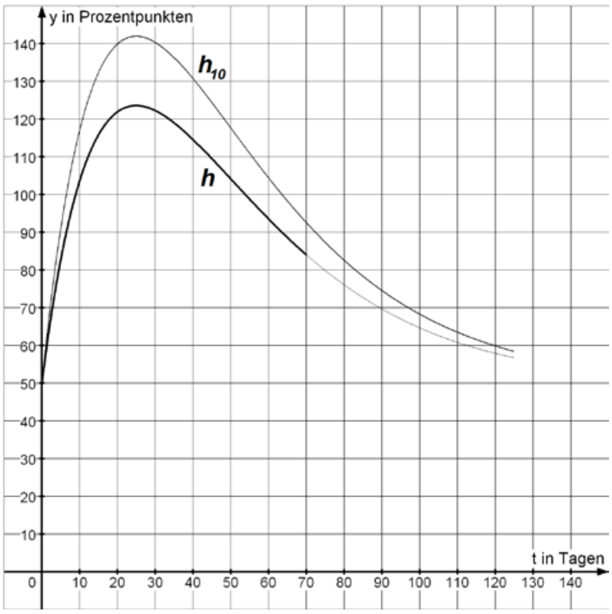
h) Vergleichen Sie den Verlauf des Graphen von

$$h(t) = 8\,t \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} + 50$$

mit einem Graphen von

$$h_k(t) = k\,t \cdot e^{-0{,}04 \cdot t} + 50; k > 8\,,$$

indem Sie mindestens drei Gemeinsamkeiten oder Unterschiede angeben.
Die Abbildung rechts zeigt zusätzlich zum Graphen h exemplarisch den Graphen von h_k für $k = 10$.



Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben									
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	Summe
BE	3	7	5	3	4	6	6	6	40

Aufgabe 3.1: Tunnel

Ein Berg wird von seiner Südseite zu seiner Nordseite durch einen Autotunnel unterquert. Der Verlauf des Autotunnels kann als Teil einer Geraden modelliert werden. Die *x*-*y*-Ebene befindet sich auf der Höhe des Meeresspiegels. (1 LE = 100 m)
Auf der Südseite beginnt der Tunnel im Punkt $S(0\,|\,40\,|\,6)$ und endet auf der Nordseite im Punkt $N(30\,|\,65\,|\,7)$.

a) Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, mit deren Hilfe man den Verlauf des Autotunnels modellieren kann.
Berechnen Sie die Länge des Autotunnels.
Ermitteln Sie den Winkel, in dem die Gerade zur *x*-*y*-Ebene ansteigt.

b) Im Autotunnel befindet sich eine Nothaltebucht, die durch den Punkt *L* mit den Koordinaten $L(15\,|\,52{,}5\,|\,6{,}5)$ beschrieben werden kann. Von der Nothaltebucht führt ein Lüftungsrohr senkrecht zum Meeresspiegel nach oben. Das Lüftungsrohr ragt 2 m aus der Oberfläche des Berges hinaus. Die Oberfläche des Berges kann in diesem Bereich durch eine Ebene *F* beschrieben werden mit $F:\ 10x + 5y + 7z = 475{,}5$.
Ermitteln Sie die Länge des Lüftungsrohrs.

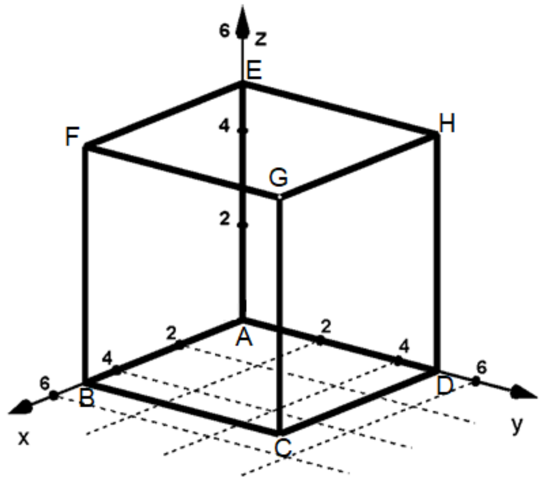
Durch den Berg verläuft ein zweigleisiger Bahntunnel. Dieser Bahntunnel kann durch die Gerade zwischen den Punkten $A(20\,|\,60\,|\,6{,}5)$ und $B(60\,|\,65\,|\,6)$ beschrieben werden.

c) Untersuchen Sie, ob der Bahntunnel parallel zum Autotunnel verläuft.
Bestimmen Sie den Punkt *P* des Bahntunnels, der sich in 640 m Höhe über dem Meeresspiegel befindet.

d) Ein Güterzug und ein Personenzug fahren gleichzeitig in die verschiedenen Eingänge *A* und *B* des Bahntunnels hinein. Der Güterzug bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h. Der Personenzug durchfährt den Tunnel mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 km/h.
Ermitteln Sie den Weg, den der Personenzug im Tunnel zurückgelegt hat, wenn die Loks der beiden Züge gerade aneinander vorbeifahren.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben					
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	Summe
BE	5	5	5	5	20

Aufgabe 3.2: Würfel



Die Abbildung zeigt den Würfel $ABCDEFGH$ mit $G(5|5|5)$ und $H(0|5|5)$ in einem kartesischen Koordinatensystem.
Die Punkte $I(5|0|1)$, $J(2|5|0)$, $K(0|5|2)$ und $L(1|0|5)$ liegen jeweils auf einer Kante des Würfels.

a) Zeichnen Sie das Viereck $IJKL$ in die Abbildung ein.

b) Begründen Sie, dass das Viereck $IJKL$ ein Trapez ist, in dem zwei Seiten gleich lang sind.
Weisen Sie nach, dass die Seite $\overline{IL}$ des Trapezes doppelt so lang ist wie die Seite $\overline{JK}$.

c) Berechnen Sie die Größe eines Innenwinkels des Trapezes $IJKL$.

d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $IJKL$.

e) Gegeben ist die Ebene $S: 5x + 4y + 5z = 0$.
Der Punkt K liegt in einer Ebene T, die parallel zu S ist.
Untersuchen Sie, ob auch der Punkt L in T liegt.

f) Für einen Wert von r schneidet die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4-r \\ 0 \\ r^2+1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $u \in IR$
die Kante $\overline{GH}$ des Würfels.
Bestimmen Sie das Verhältnis, in dem der Schnittpunkt die Kante teilt.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben							
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
BE	2	4	2	4	3	5	20

Aufgabe 4.1: Führerschein

In einem Land, in dem 80 % der Erwachsenen einen Führerschein besitzen, werden 100 Erwachsene zufällig ausgewählt. Es soll angenommen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, binomialverteilt ist.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:
E_1: „Von den 100 ausgewählten Personen haben genau 80 Personen einen Führerschein."
E_2: „Von den 100 ausgewählten Personen haben höchstens 75 Personen einen Führerschein."

b) Ermitteln Sie, wie groß die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen mindestens sein muss, damit die Wahrscheinlichkeit, dass darunter mindestens eine Person ohne Führerschein ist, mindestens 99 % beträgt.

In einer bestimmten Region des betrachteten Landes werden alle Fahrprüfungen eines Jahres auf einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Alter eines Prüflings und dem Bestehen der Prüfung hin untersucht. Von insgesamt 13879 Prüflingen waren 2482 zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt. Insgesamt haben 11104 Prüflinge die Prüfung bestanden; davon waren 8870 zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre.

Ein Prüfling wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

A: „Der Prüfling war zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt."

B: „Der Prüfling hat die Prüfung bestanden."

c) Bestimmen Sie die Anzahl der Prüflinge, die zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre waren und die Prüfung nicht bestanden haben.

d) Untersuchen Sie, ob die Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ und $P(B)$ übereinstimmen. Geben Sie an, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, und interpretieren Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang.

e) Besteht ein Prüfling die Prüfung bei der ersten Teilnahme nicht, nimmt er ein zweites Mal teil. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung schon bei der ersten Teilnahme bestanden haben, ist q. Unter denjenigen, die zum zweiten Mal an der Prüfung teilnahmen, ist der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung bestanden haben, nur halb so groß. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung spätestens bei der zweiten Teilnahme bestanden haben, beträgt 90 %.
Berechnen Sie den Wert von q.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben						
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	4	4	2	5	5	20

Anlage zu Aufgabe 4.1: Führerschein

Summierte Binomialverteilungen

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“,
alle freien Plätze links unten enthalten 1,0000, rechts oben 0,0000.
Wird die Tabelle „von unten“ gelesen (p > 0,5), ist der richtige Wert 1 – (abgelesener Wert).

n	k \ p	0,02	0,05	0,10	$\frac{1}{6}$	0,20	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	k
	0	1326	0059							99
	1	4033	0371	0003						98
	2	6767	1183	0019						97
	3	8590	2578	0078						96
	4	9492	4360	0237	0001					95
	5	9845	6160	0576	0004					94
	6	9959	7660	1172	0013	0001				93
	7	9991	8720	2061	0038	0003				92
	8	9998	9369	3209	0095	0009				91
	9	9999	9718	4513	0231	0023				90
	10		9885	5832	0427	0057	0001			89
	11		9957	7030	0777	0126	0004			88
	12		9985	8018	1297	0253	0010			87
	13		9995	8761	2000	0469	0025	0001		86
	14		9999	9274	2874	0804	0054	0002		85
	15			9601	3877	1285	0111	0004		84
	16			9794	4942	1923	0211	0010	0001	83
	17			9900	5994	2712	0376	0022	0002	82
	18			9954	6965	3621	0630	0045	0005	81
	19			9980	7803	4602	0995	0089	0011	80
	20			9992	8481	5595	1488	0165	0024	79
	21			9997	8998	6540	2114	0288	0048	78
	22			9999	9370	7389	2864	0479	0091	77
	23				9621	8109	3711	0755	0164	76
	24				9783	8686	4617	1136	0281	75
	25				9881	9125	5535	1631	0458	74
	26				9938	9442	6417	2244	0715	73
100	27				9969	9658	7224	2964	1066	72
	28				9985	9800	7925	3768	1524	71
	29				9993	9888	8505	4623	2093	70
	30				9997	9939	8962	5491	2766	69
	31				9999	9969	9307	6331	3525	68
	32					9985	9554	7107	4344	67
	33					9993	9723	7793	5188	66
	34					9997	9836	8371	6019	65
	35					9999	9906	8839	6803	64
	36					9999	9948	9201	7511	63
	37						9973	9470	8123	62
	38						9986	9660	8630	61
	39						9993	9790	9034	60
	40						9997	9875	9341	59
	41						9999	9928	9566	58
	42						9999	9960	9724	57
	43							9979	9831	56
	44							9989	9900	55
	45							9995	9943	54
	46							9997	9969	53
	47							9999	9983	52
	48							9999	9991	51
	49								9996	50
	50								9998	49
	51								9999	48
	52									47
n	k		0,95	0,90	$\frac{5}{6}$	0,80	0,75	0,70	$\frac{2}{3}$	p \ k

Aufgabe 4.2: Würfelspiel

Sven und Tom würfeln täglich mit einem fairen Würfel darum, wer den Müll nach unten bringt. Es wird folgende Regel vereinbart:
Zuerst würfelt Sven, danach würfelt Tom. Wenn die Augenzahl von Sven kleiner ist als die von Tom, muss Sven den Müll nach unten bringen. In allen anderen Fällen muss Tom den Müll nach unten bringen.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven eine 4 gewürfelt hat und den Müll nach unten bringen muss.

b) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Sven bringt den Müll nach unten“ $p = \frac{5}{12}$ beträgt.
Fertigen Sie eine tabellarische Übersicht aller Ergebnisse an, bei denen Sven den Müll nach unten bringen muss.

Sven und Tom werden im nächsten Monat 30-mal würfeln.

c) Bestimmen Sie den Erwartungswert dafür, wie oft Sven im nächsten Monat den Müll nach unten bringt.

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
A: „Sven trägt genau 12-mal den Müll nach unten.“
Geben Sie einen Term an, mit dem man die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
B: „Tom trägt mindestens einmal den Müll hinunter.“ berechnen kann.

e) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang die Bedeutung des Terms
$$\binom{30}{10}\cdot\left(\frac{5}{12}\right)^{10}\cdot\left(\frac{7}{12}\right)^{20}+\binom{30}{11}\cdot\left(\frac{5}{12}\right)^{11}\cdot\left(\frac{7}{12}\right)^{19}+\binom{30}{12}\cdot\left(\frac{5}{12}\right)^{12}\cdot\left(\frac{7}{12}\right)^{18}.$$

f) Tom schlägt eine Veränderung des Spiels vor. Diese besteht darin, dass zunächst vor Beginn der neuen Woche ermittelt wird, wie oft jeder der beiden in der Woche den Müll hinunter tragen muss. Dazu werden in einem Stoffbeutel 5 schwarze und 5 weiße Kugeln gleicher Größe gelegt. Einer der beiden zieht mit einem Griff genau 7 Kugeln aus dem Beutel. Die Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln entspricht nun der Anzahl der Tage, an denen Tom in der Woche den Müll nach unten tragen muss.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Tom in der folgenden Woche weniger als 4-mal an der Reihe ist.
Begründen Sie Ihren Ansatz.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile							
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
BE	2	5	2	4	2	5	20