

Orthogonale Kurvenscharen

In Fig. 1 und 2 sind Höhenlinien gezeichnet, sowie die Projektionen der Bahnen rollender (unbeschleunigter) Kugeln.

1. Welche Linien sind in den Figuren die Höhenlinien?
Skizziere die Flächen (alle Möglichkeiten).
2. Die Kurvenscharen in Fig. 1 werden durch die Gleichungen $-x^2 + y^2 = \text{const}$ und $1 - 2xy = \text{const}$ beschrieben.
Weise nach, dass die Kurven paarweise orthogonal zueinander verlaufen. (*Tip: implizit differenzieren und nach y' auflösen*)

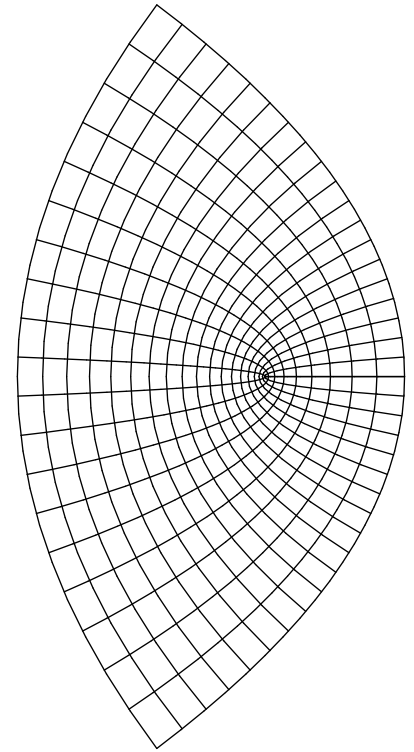


Fig. 1

3. Die Kurvenscharen in Fig. 2 werden durch die Gleichungen $x(1 + \frac{1}{x^2 + y^2}) = \text{const}$ und $y(1 - \frac{1}{x^2 + y^2}) = \text{const}$ beschrieben.
Weise nach, dass die Kurven paarweise orthogonal zueinander verlaufen.

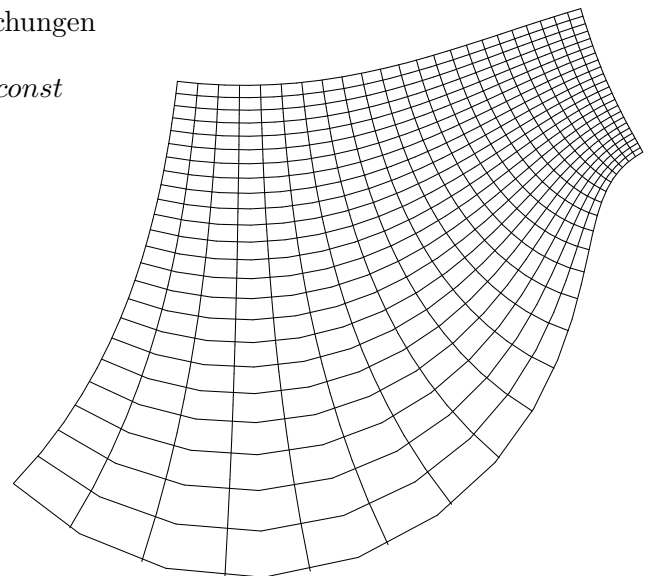


Fig. 2

Orthogonale Kurvenscharen Lösungen

1. Die Kurven jeder Schar können sowohl Höhenlinien als auch Projektionen von Kugelbahnen sein.

2. $y' = \frac{x}{y}$ und $y' = -\frac{y}{x}$

3. $y' = \frac{-x^2 + y^2 + x^4 + 2x^2y^2 + y^4}{2xy}$ und $y' = -\frac{2xy}{-x^2 + y^2 + x^4 + 2x^2y^2 + y^4}$