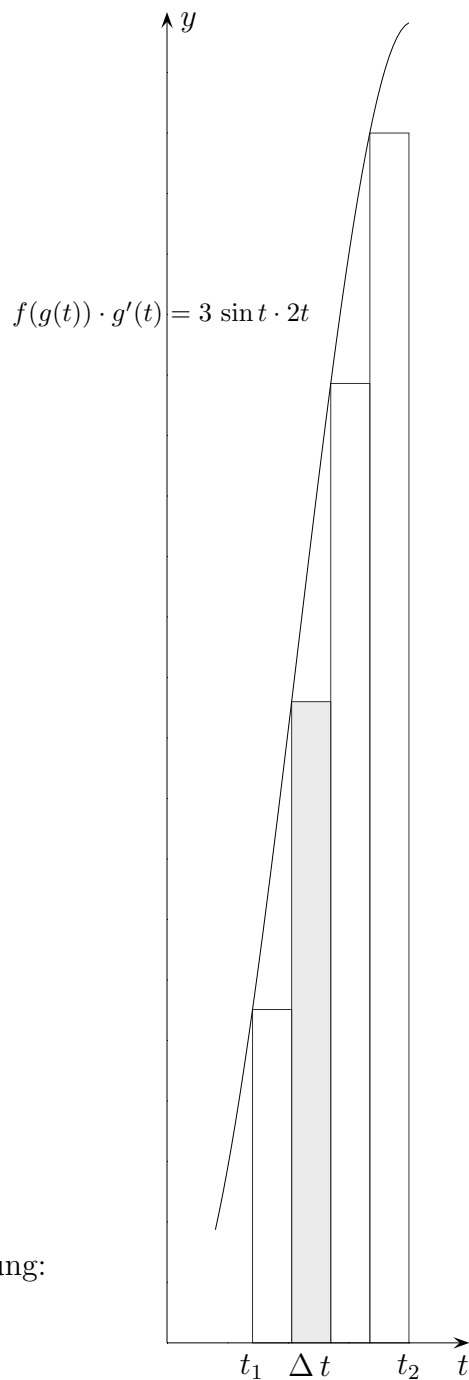
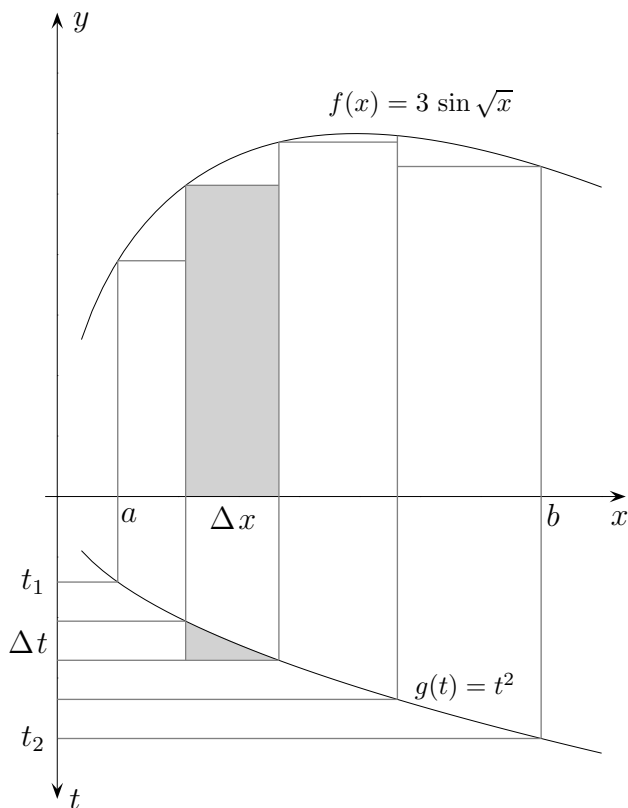


Integration von Funktionen in Parameterdarstellung



1. Begründe, dass gilt:

a) $\Delta x \approx g'(t) \cdot \Delta t$

b) Die Inhalte der schraffierten Flächen stimmen (fast) überein.

c)
$$\int_a^b f(x) dx = \int_{t_1}^{t_2} f(g(t)) \cdot g'(t) dt$$

2. Gegeben ist von einer Funktion f eine Parameterdarstellung:

$x(t)$, $y(t)$, dann gilt:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b y(x^{-1}(x)) dx = \int_{t_1}^{t_2} y(t) \cdot x'(t) dt$$

3. Die Integrationsregel unter 2. ist auch für geschlossene Kurven gültig. Erläutere dies.

4. Bestimme den Inhalt der Fläche, die die Kurve $x(t) = t^2$, $y(t) = \frac{t}{4}(4-t^2)$ (Parabola nodata) einschließt.

Integration von Funktionen in Parameterdarstellung

5. Gegeben sei eine Ellipse durch: $x(t) = a \cdot \cos t$, $y(t) = b \cdot \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

$$A = \int_0^{2\pi} b \cdot \sin t \cdot (-a) \cdot \sin t \, dt = -ab \int_0^{2\pi} (\sin t)^2 \, dt = -\frac{1}{2}ab \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2t) \, dt = \dots = -ab\pi$$

6. Liegt das Flächenstück, das von einer Kurve umschlossen wird, beim Umlaufen zur Rechten, so ergibt die Integration ein positives Ergebnis. (Erläuterung?)