Merkhilfe Grundwissen

1. Umkreis eines Dreiecks

   Inkreis

2. gleichschenkliges Dreieck

   gleichseitiges Dreieck

   Parallelogramm

   Trapez

   Raute

   Drachenviereck

3. $x^2 + px + q = 0$ *pq*-Formel $x_{1/2} = ?$

   $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$ biquadratische Gleichung $\mathbb{L} = ?$

4. Zinseszinsformel $K_n = ?$

5. Kreisumfang $U = ?$

   -fläche $A = ?$

   Kugelvolumen $V_{\text{Kugel}} = ?$

   -oberfläche $O_{\text{Kugel}} = ?$

6. Prisma $V_{\text{Prisma}} = ?$

   Pyramide $V_{\text{Pyramide}} = ?$

   Zylinder $V_{\text{Zylinder}} = ?$

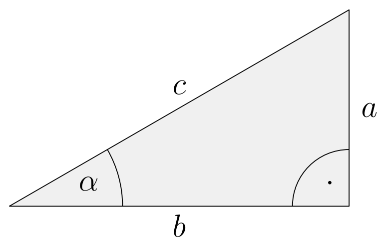
   Kegel $V_{\text{Kegel}} = ?$

7. Satz vom Nullprodukt

8. $\sin\alpha \;= ?$

$\cos\alpha \;= ?$

$\tan\alpha = ?$

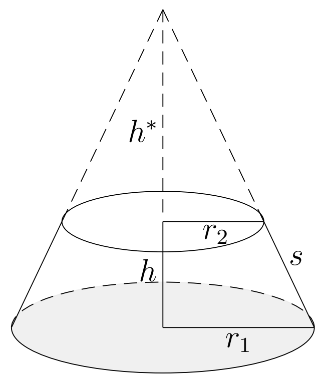


9. Winkel-/Bogenmaß

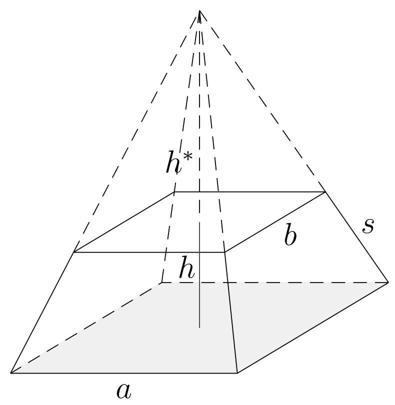
10. Gleichungssystem mit
 2 Variablen
 3 Variablen
 Beispiele

11. Pythagoras
 Umkehrung

12. Eigenschaften der zentrischen Streckung



13. Höhe des Ergänzungskegels $h^* = ?$



14. Höhe der Ergänzungspyramide $h^* = ?$

15. Geradengleichung, $A(x_1 \mid y_1)$ und $B(x_2 \mid y_2)$ gegeben
GTR

16. Gleichung einer Parabel
   a) achsensymmetrisch
   b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben
   c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

17. Scheitelform einer Parabel $\qquad f(x) = ?$

18. Umkehrfunktion

19. Ellipsengleichung

20. $3 - e^x = \dfrac{2}{e^x}$ $\qquad$ Substitution $\qquad x_{1/2} = ?$

21. Rechenübung, ohne GTR

   a) $(3 - 2 \cdot 0{,}5^2)^2$

   b) $\dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}0005}$

   c) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}}$

   d) $f(x) = x^3 + kx^2 \qquad f(-\frac{k}{2}) \ = \ ?$

   e) $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2 \qquad g(\sqrt{2}) \ = \ ?$

22. Ungleichungen

$2x > 5x - 6$

$-x^2 + x + 2 < 0$

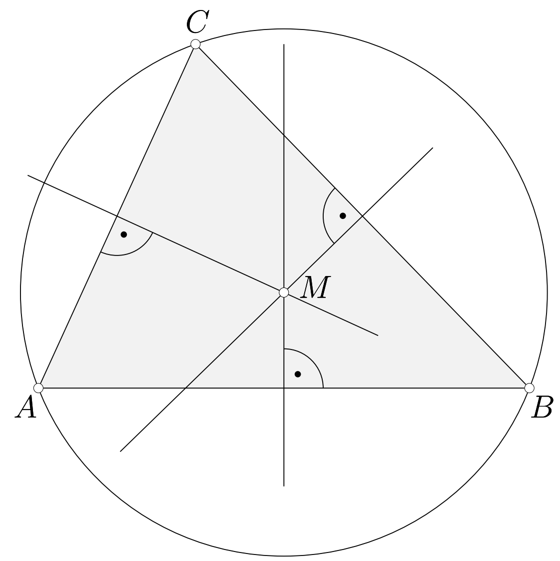
23. Betragsgleichung

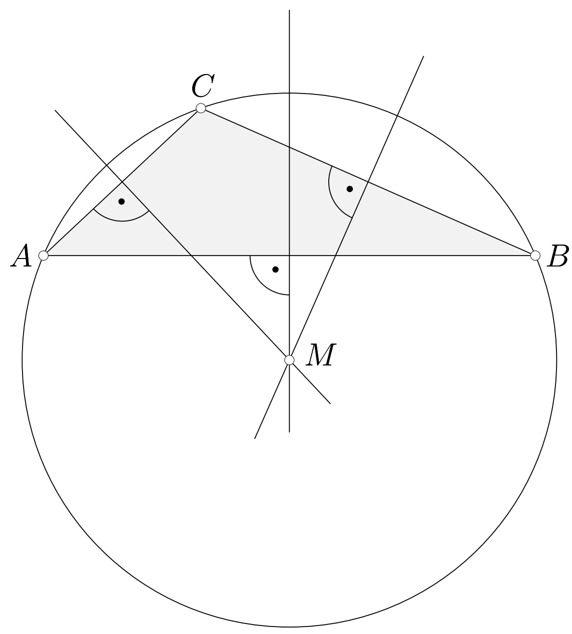
$|\, 2x - 10 \,| = 4$

zum Anfang

Umkreis eines Dreiecks

Inkreis

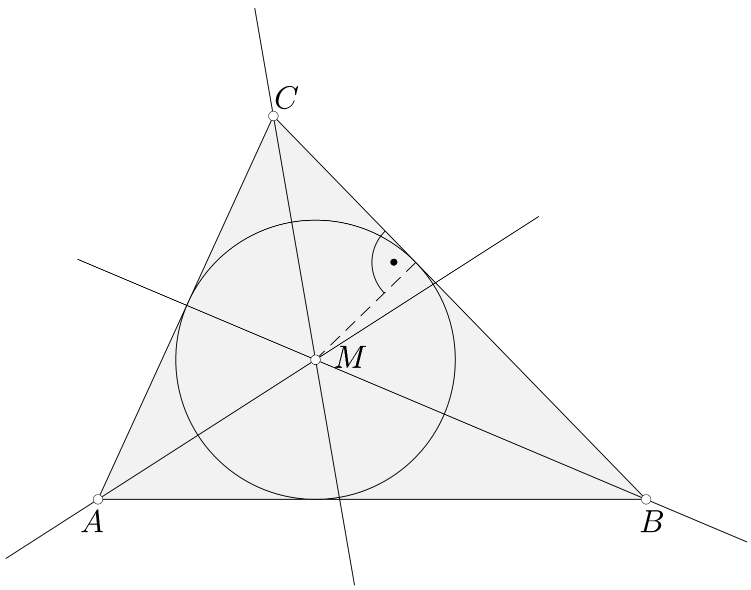




Der Mittelpunkt des Umkreises ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.
Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt M auf der Hypotenuse.

Umkreis eines Dreiecks

Inkreis



Der Mittelpunkt des Inkreises ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden.

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

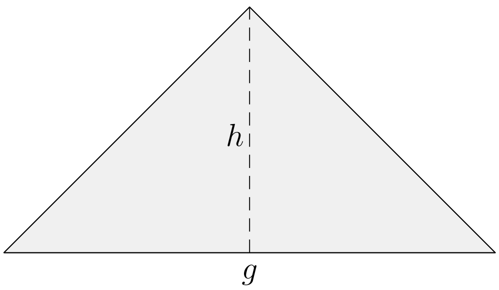
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens zwei Seiten sind gleich lang.



←

$$A = \frac{1}{2}\, g \cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

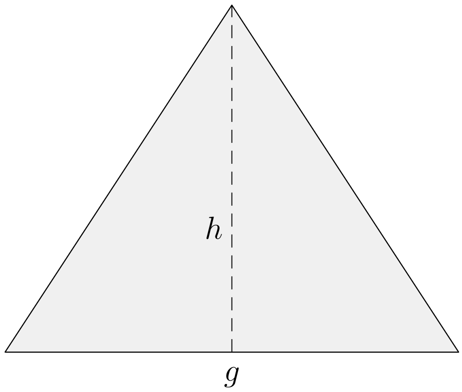
gleichseitiges Dreieck — Alle drei Seiten sind gleich lang.

Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck



⟵

$$A = \frac{1}{2}\, g \cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

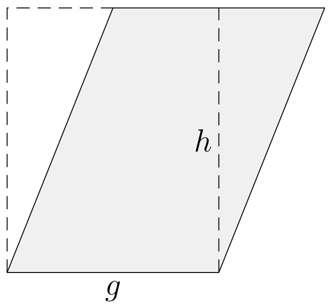
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Gegenüberliegende Seiten sind jeweils parallel.



$A = g \cdot h$

←

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

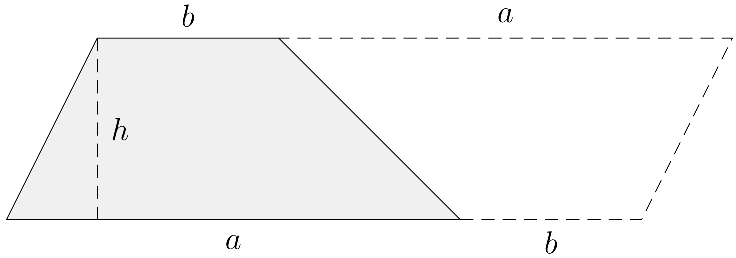
Parallelogramm

Trapez

Mindestens zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.

Raute

Drachenviereck



⟵

$$A = \frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{a+b}{2}\cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

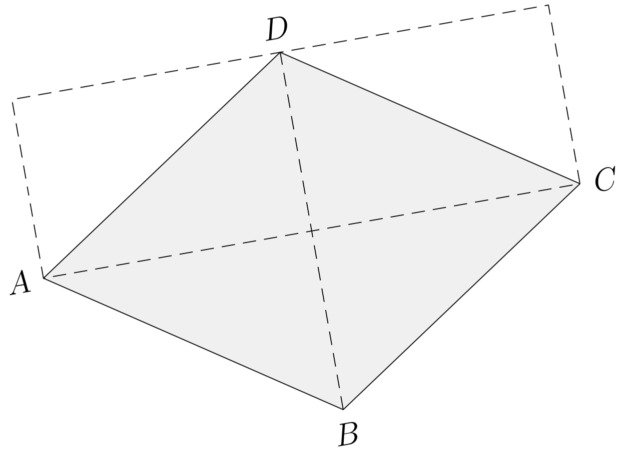
gleichseitiges Dreieck

Parallelogramm

Trapez

Raute — Alle vier Seiten sind gleich lang.

Drachenviereck



$$A_{\text{Raute}} = \frac{1}{2}\ \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

⟵

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

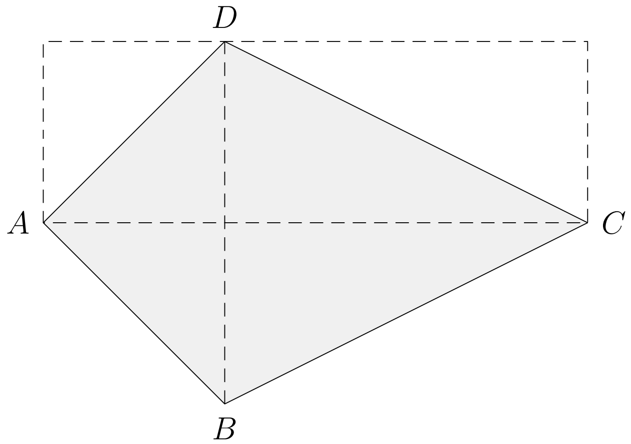
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse.



$$A_{\text{Drachenviereck}} = \frac{1}{2}\,\overline{AC}\cdot\overline{BD}$$

⟵

$x^2 + px + q = 0$ pq-Formel $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$\longleftarrow$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x - 7 &= 0 \\ x_{1/2} &= -3 \pm \sqrt{9+7} \\ &= -3 \pm 4 \\ x_1 &= 1 \\ x_2 &= -7 \end{aligned}$$

Typ 1

$x^2 - 5 = 0$ Zwischenschritt: Gleichung nach x^2 umstellen.

$x_{1/2} = \pm\sqrt{5}$ $x^2 + 5 = 0$ hat keine Lösung

Typ 2

$x(x-3) = 0$ Lösungen sind ohne Rechnung erkennbar.

Die Gleichung könnte auch in der Form $x^2 - 3x = 0$ vorliegen.

$x_1 = 0;\ x_2 = 3$

Typ 3

$x(x-2) = 3$ Nur hier ist die pq-Formel erforderlich.

Zwischenschritt: $x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = -1;\ x_2 = 3$

Typ 4

$(x-5)^2 = 9$ Ratsam ist, die Klammern nicht aufzulösen,

die pq-Formel ist nicht erforderlich.

Zwischenschritt: $x - 5 = \pm 3$

$x_1 = 8;\ x_2 = 2$

$x^2 + px + q = 0$	pq-Formel	$x_{1/2} = ?$
$x^4 - 7x^2 + 10 = 0$	biquadratische Gleichung	$\mathbb{L} = ?$

$$\begin{aligned} x^2 &= u \\ u^2 - 7u + 10 &= 0 \\ &\dots \\ u_1 &= 2 \\ u_2 &= 5 \\ x_{1/2} &= \pm\sqrt{2} \\ x_{3/4} &= \pm\sqrt{5} \\ \mathbb{L} &= \{\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{5}\} \end{aligned}$$

$\longleftarrow$

Zinseszinsformel $\qquad K_n = K_0 \cdot q^n$

Aufzinsungsfaktor $\;q = 1 + \frac{p}{100}$

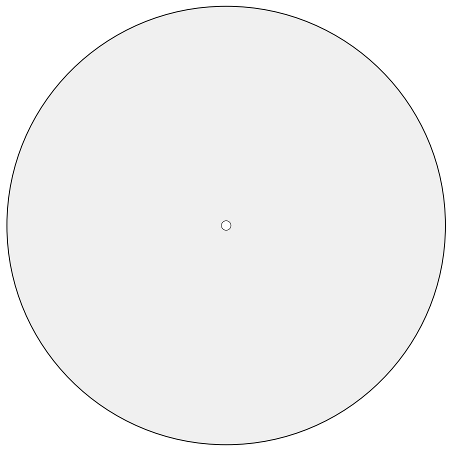
⟵

Kreisumfang $\quad U = 2\pi r$

-fläche $\quad A = ?$

Kugelvolumen $\quad V_{\text{Kugel}} = ?$

-oberfläche $\quad O_{\text{Kugel}} = ?$



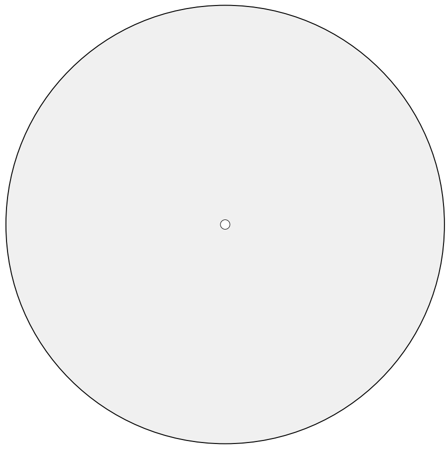
⟵

Kreisumfang $\quad U = ?$

-fläche $\quad A = \pi r^2$

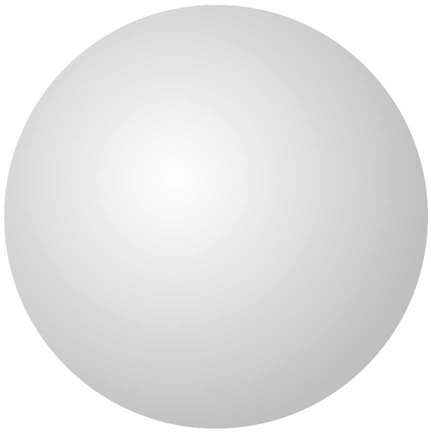
Kugelvolumen $\quad V_{\text{Kugel}} = ?$

-oberfläche $\quad O_{\text{Kugel}} = ?$



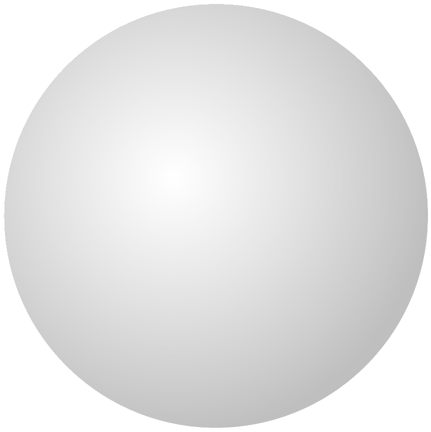
$\longleftarrow$

Kreisumfang	$U = ?$
-fläche	$A = ?$
Kugelvolumen	$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r^3$
-oberfläche	$O_{\text{Kugel}} = ?$



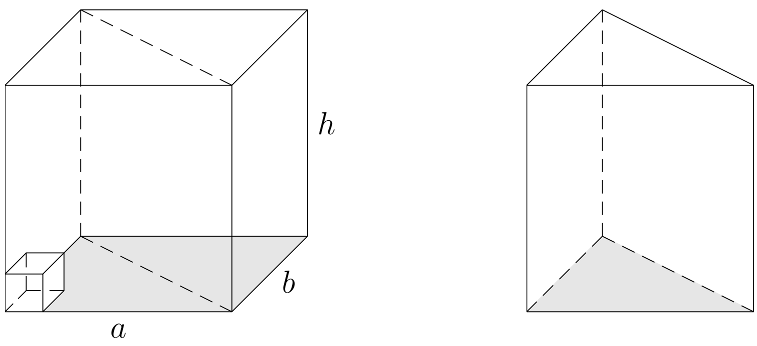
⟵

Kreisumfang	$U = ?$
-fläche	$A = ?$
Kugelvolumen	$V_{\text{Kugel}} = ?$
-oberfläche	$O_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$



⟵

Prisma	V_{Prisma}	$= G \cdot h$
Pyramide	V_{Pyramide}	$= ?$
Zylinder	V_{Zylinder}	$= ?$
Kegel	V_{Kegel}	$= ?$



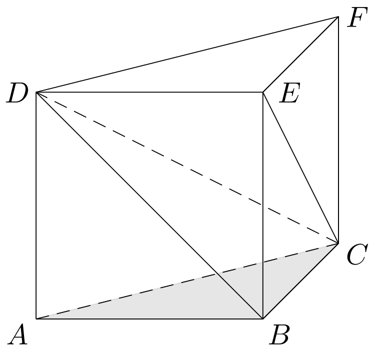
⟵

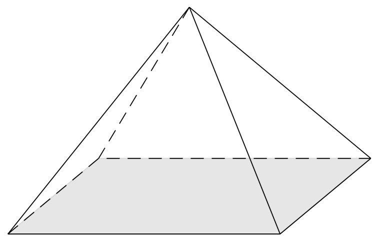
Prisma $\qquad V_{\text{Prisma}} = ?$

Pyramide $\qquad V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

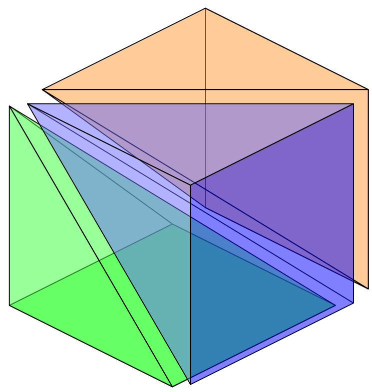
Zylinder $\qquad V_{\text{Zylinder}} = ?$

Kegel $\qquad V_{\text{Kegel}} = ?$





⟵



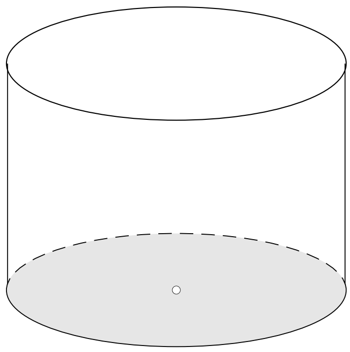
Prisma $V_{\text{Prisma}} = ?$

Pyramide $V_{\text{Pyramide}} = ?$

Zylinder $V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 \cdot h$

Mantelfläche $M_{\text{Zylinder}} = ?$

Kegel $V_{\text{Kegel}} = ?$



⟵

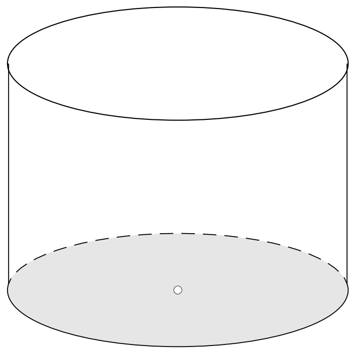
Prisma $\qquad V_{\text{Prisma}} = ?$

Pyramide $\qquad V_{\text{Pyramide}} = ?$

Zylinder $\qquad V_{\text{Zylinder}} = ?$

Mantelfläche $\qquad M_{\text{Zylinder}} = 2\pi r \cdot h$

Kegel $\qquad V_{\text{Kegel}} = ?$



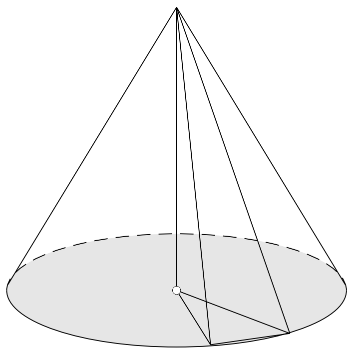
⟵

Prisma $V_{\text{Prisma}} = ?$

Pyramide $V_{\text{Pyramide}} = ?$

Zylinder $V_{\text{Zylinder}} = ?$

Kegel $V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$



⟵

Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt ist genau dann null,
wenn mindestens einer der Faktoren null ist.

$$\begin{aligned} x^2 + 3x &= 0 \\ x(x+3) &= 0 \\ x_1 &= 0\,; \quad x_2 = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^3 - 5x^2 &= 0 \\ x^2(2x-5) &= 0 \\ x_1 &= 0\,; \quad x_2 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}x^4 + x^3 &= 0 \\ x^3(-\frac{1}{4}x + 1) &= 0 \\ x_1 &= 0\,; \quad x_2 = 4 \end{aligned}$$

So <u>nicht</u> lösbar wäre:

$x^2 + 6x = 7$

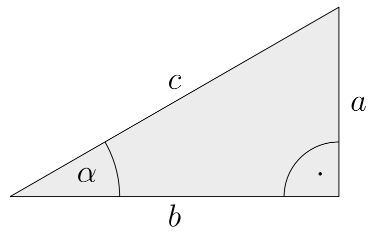
$x_1 = 1; \quad x_2 = -7 \quad$ (pq-Formel)

←

$\sin\alpha \;=\; \frac{a}{c} \;=\; \frac{\textit{Gegenkathete}}{\textit{Hypotenuse}}$

$\cos\alpha = ?$

$\tan\alpha = ?$

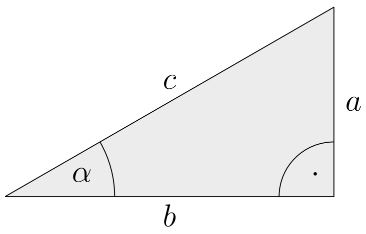


⟵

$\sin\alpha \ = ?$

$\cos\alpha \ = \ \frac{b}{c} \ = \frac{\textit{Ankathete}}{\textit{Hypotenuse}}$

$\tan\alpha = ?$

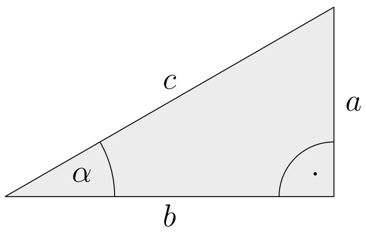


⟵

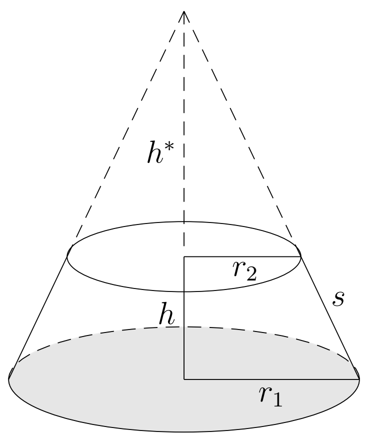
$\sin\alpha \; = \, ?$

$\cos\alpha \; = \, ?$

$\tan\alpha = \dfrac{a}{b} = \dfrac{\textit{Gegenkathete}}{\textit{Ankathete}}$



←

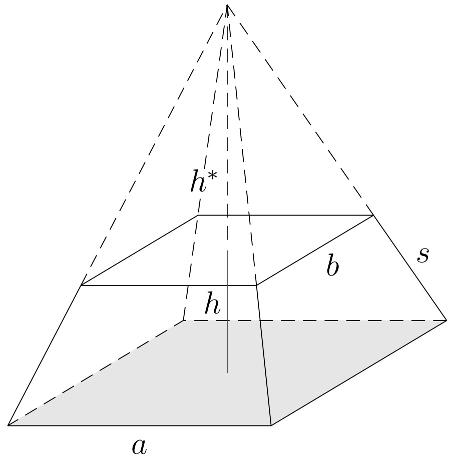


Höhe des Ergänzungskegels $\qquad h^* = \dfrac{hr_2}{r_1 - r_2}$

$$\begin{aligned}
\frac{h^*}{r_2} &= \frac{h^* + h}{r_1} \qquad | \cdot r_2 r_1 \\
h^* r_1 &= h^* r_2 + h r_2 \\
h^*(r_1 - r_2) &= h r_2 \\
h^* &= \frac{h r_2}{r_1 - r_2}
\end{aligned}$$

⟵

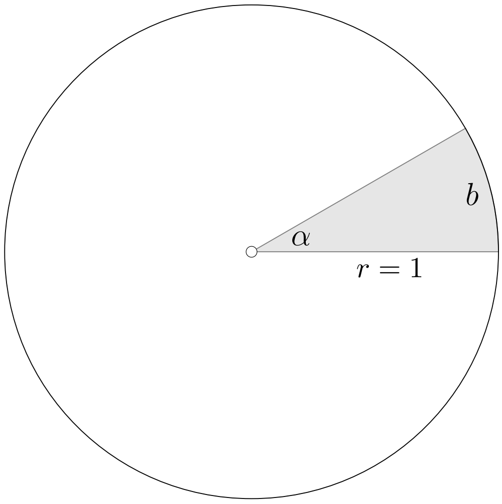
Höhe der Ergänzungspyramide $\qquad h^* = \dfrac{hb}{a-b}$



$$
\begin{aligned}
\frac{h^*}{\frac{b}{2}} &= \frac{h^*+h}{\frac{a}{2}} \qquad | \cdot 2 \\
\frac{h^*}{b} &= \frac{h^*+h}{a} \qquad | \cdot ba \\
h^*a &= h^*b + hb \\
h^*(a-b) &= hb \\
h^* &= \frac{hb}{a-b}
\end{aligned}
$$

←

Winkel-/Bogenmaß



Umrechnungsformel:

$$\frac{b}{2\pi} = \frac{\alpha}{360°}$$

Die Größe des Winkels α kann eindeutig durch die Länge des Bogens b erfasst werden.

⟵

Gleichungssystem mit

2 Variablen

3 Variablen

Beispiele

Die Idee:
Die Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch <u>einer</u> Variablen entsteht.

$$\begin{array}{rcrcrl} 3x & + & 7y & = & 26 & \mid \cdot(-5) \\ 5x & - & 6y & = & 8 & \mid \cdot 3 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{rcrcr} -15x & - & 35y & = & -130 \\ 15x & - & 18y & = & 24 \end{array}\right\} +$$

$$-53y = -106$$

$$y = 2; \quad x = 4$$

⟵

$$\begin{aligned} 2x - 5y &= -12 \\ 3x + 4y &= 5 \end{aligned}$$

$$x = -1; \quad y = 2$$

$$\begin{aligned} x + y &= -2 \\ x - 3y &= -6 \end{aligned}$$

$$x = -3; \quad y = 1$$

GTR

Mit 2nd MATRIX | EDIT werden die Matrix-Koeffizienten eingegeben.
2×3 bedeutet: 2 Zeilen (waagerecht), 3 Spalten (senkrecht).
Editor mit 2nd Quit verlassen.
Mit 2nd MATRIX | MATH | B: rref([A]) wird das LGS gelöst.
2nd MATRIX | NAMES 1: liefert z. B. [A],
MATH | 1: Frac versucht Brüche zu erzeugen.

Gleichungssystem mit

2 Variablen

3 Variablen

Beispiele

Die Idee:
Aus dem Gleichungssystem mit 3 Variablen wird ein Gleichungssystem mit 2 Variablen erstellt.
Hierzu betrachte man (z. B.) die erste und zweite Gleichung.
Die beiden Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.
Dann nehme man die erste (oder zweite) und die noch nicht verwendete dritte Gleichung.
Diese beiden Gleichungen werden wieder geeignet multipliziert, damit beim Addieren dieselbe Variable wie vorher eliminiert wird und erneut eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.
Mit den beiden Gleichungen mit zwei Variablen verfährt man wie oben beschrieben.

$$\begin{array}{llrl}
I & 2x + 3y + 4z = 20 & | \cdot 3 & | \cdot 4 \\
II & 3x + 2y + 5z = 22 & | \cdot (-2) & \\
III & 4x + 5y + z = 17 & & | \cdot (-2) \\
\hline
\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{ll}
I \cdot 3 & 6x + 9y + 12z = 60 \\
II \cdot (-2) & -6x - 4y - 10z = -44 \\
\hline
\end{array}\right\} +$$

$$IV \quad 5y + 2z = 16$$

$$\left.\begin{array}{ll}
I \cdot 4 & 8x + 12y + 16z = 80 \\
III \cdot (-2) & -8x - 10y - 2z = -34 \\
\hline
\end{array}\right\} +$$

$$\begin{array}{ll}
V & 2y + 14z = 46 \\
IV & 5y + 2z = 16 \\
\hline
\end{array}$$

$$\dots\ z = 3;\ y = 2;\ x = 1$$

GTR

Mit 2nd MATRIX | EDIT werden die Matrix-Koeffizienten eingegeben.
3×4 bedeutet: 3 Zeilen (waagerecht), 4 Spalten (senkrecht).
Editor mit 2nd Quit verlassen.
Mit 2nd MATRIX | MATH | B: rref([A]) wird das LGS gelöst.
2nd MATRIX | NAMES 1: liefert z. B. [A],
MATH | 1: Frac versucht Brüche zu erzeugen.

Gleichungssystem mit

2 Variablen

3 Variablen

Beispiele

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= -2 \\ x - y + 3z &= 0 \\ 3x + 2y - 2z &= 1 \end{aligned}$$

$$x = 1;\quad y = -2;\ z = -1$$

$$\begin{aligned} 6x + y - 2z &= -7 \\ 2x - y + z &= -3 \\ 4x + y - 2z &= -5 \end{aligned}$$

$$x = -1;\ y = 3;\ z = 2$$

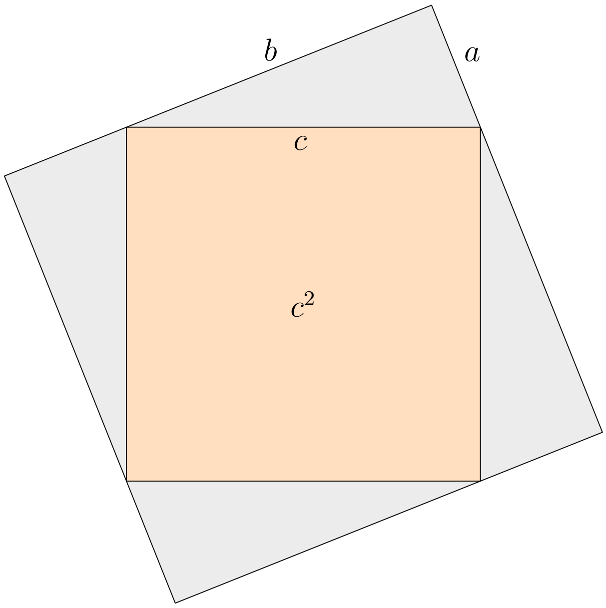
$$\begin{aligned} x + y - 2z &= -8 \\ x + z &= 6 \\ 2x - y - z &= 2 \end{aligned}$$

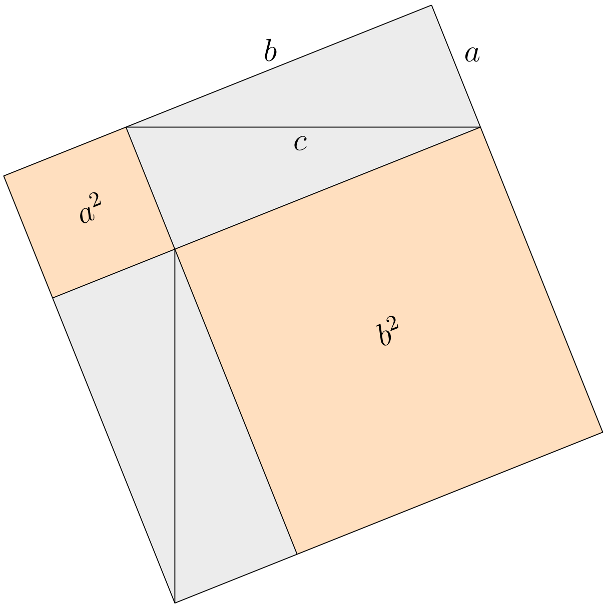
$$x = 2;\quad y = -2;\ z = 4$$

←

Pythagoras Im rechtwinkligen Dreieck gilt: $a^2 + b^2 = c^2$

Umkehrung

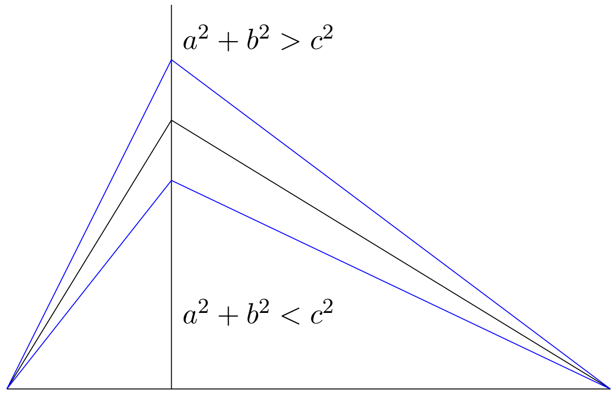




←

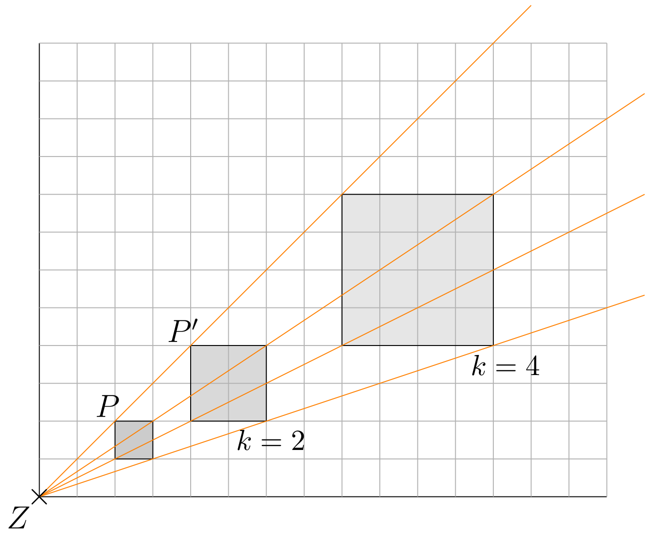
Pythagoras

Umkehrung Falls $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann ist das Dreieck rechtwinklig.



⟵

Eigenschaften der zentrischen Streckung



Z heißt Streckzentrum.
Für den Streckfaktor k ($k > 0$) gilt: $\overline{ZP\,'} = k \cdot \overline{ZP}$.
Figur und Bild sind ähnlich mit dem Maßstab k.

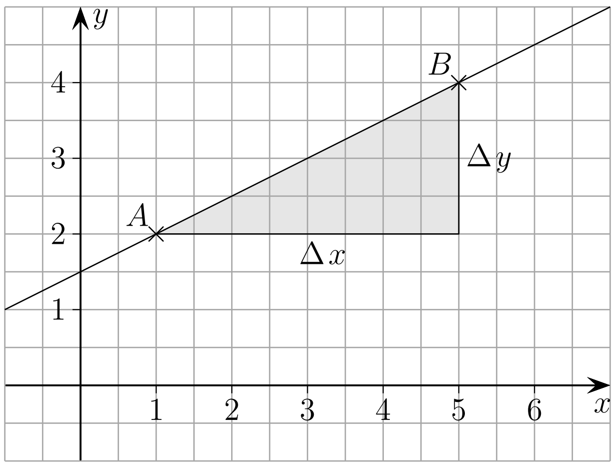
1. Bei einer zentrischen Streckung wird jede Strecke auf eine Strecke der k-fachen Länge abgebildet.

2. Die Längenverhältnisse und die Winkelgrößen verändern sich nicht.

3. Der Umfang eines Vielecks multipliziert sich mit k, der Flächeninhalt mit k^2, das Volumen mit k^3.
   Für negatives k sind die Beträge zu nehmen.

Geradengleichung, $A(x_1 \mid y_1)$ und $B(x_2 \mid y_2)$ gegeben
GTR

<u>Gerade verläuft durch A und B.</u>



1. Schritt Steigung ermitteln

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte und auf ihre Lage kommt es nicht an, Koordinaten können auch negativ sein. Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \qquad \text{(Erweitere den Bruch mit } -1\text{)}$$

2. Schritt Gleichung aufstellen

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$A(1 \mid 2), \quad B(5 \mid 4) \qquad y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$A(-3 \mid 1), \quad B(5 \mid 3) \qquad y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$

$\longleftarrow$

Geradengleichung, $A(x_1 \mid y_1)$ und $B(x_2 \mid y_2)$ gegeben

GTR

Mit STAT | EDIT x-Werte in L1 und y-Werte in L2 eingeben,
STAT | CALC 4: LinReg(ax+b) aufrufen.

L1	L2
x_1	y_1
x_2	y_2

Mit LinReg(ax+b) Y1 wird das Ergebnis in Y1 für die Grafik gespeichert.
Y1 (oder Y2, ...) mit VARS | Y-VARS | 1: Function | wählen.

Für x- und y-Werte in L2 und L3 lautet die Anweisung:
LinReg(ax+b) L2, L3, Y1

Möglich wäre
a, b, ... als Bruch: VARS 5: Statistics | EQ a ENTER Math 1: Frac

$A(4 \mid -3)$, $B(-4 \mid 2)$ $\qquad y = -\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}$

$\longleftarrow$

Gleichung einer Parabel

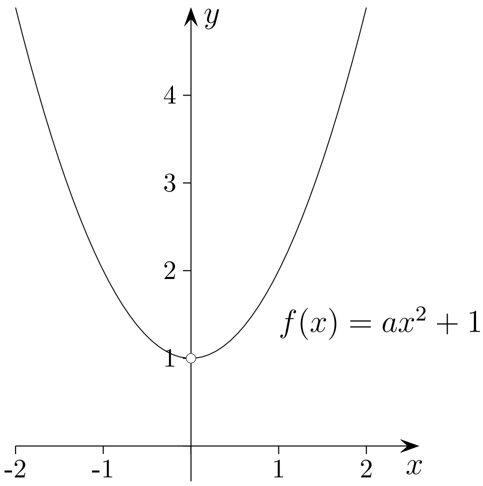
a) achsensymmetrisch

b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben

c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

Ansatz $f(x) = ax^2 + b$

2 Punkte $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$ müssen gegeben sein.



⟵

Gleichung einer Parabel

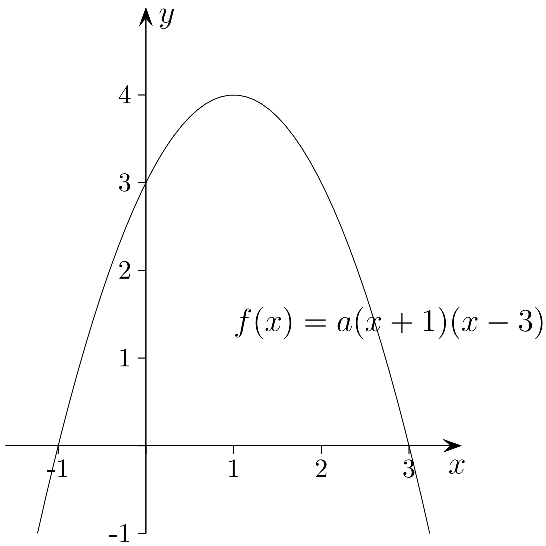
a) achsensymmetrisch

b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben

c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

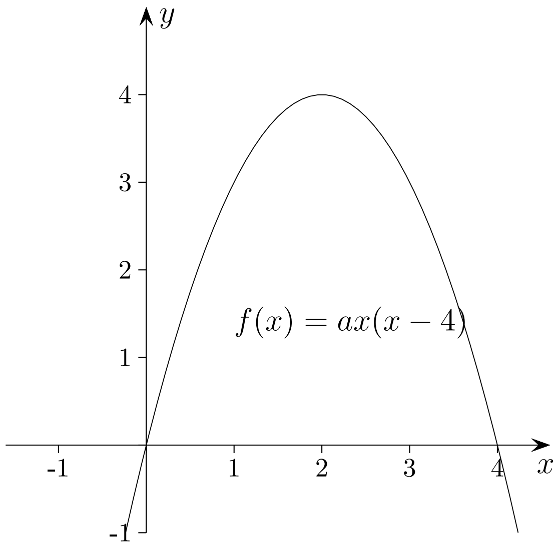
Ansatz $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

1 Punkt $A(x_1 \mid y_1)$ muss gegeben sein.



Hier ist a negativ.

⟵



Hier ist a negativ.

Gleichung einer Parabel

a) achsensymmetrisch

b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben

c) GTR, $A(x_1 \,|\, y_1)$, $B(x_2 \,|\, y_2)$, $C(x_3 \,|\, y_3)$ gegeben

Ansatz $f(x) = ax^2 + bx + c$

Bedingungen:

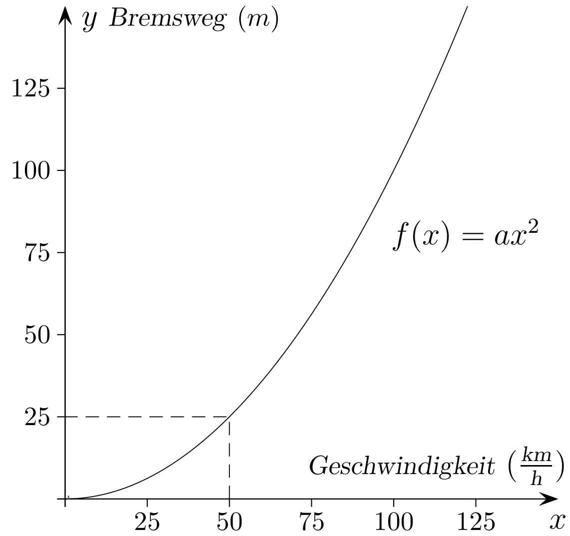
1. $f(x_1) = y_1$
2. $f(x_2) = y_2$
3. $f(x_3) = y_3$

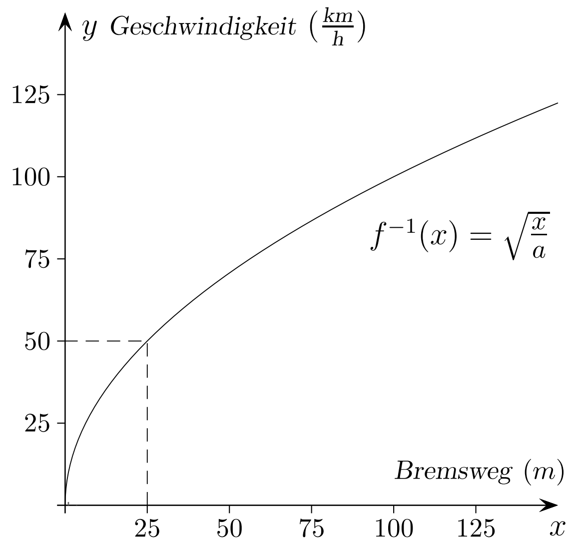
Gleichungssystem mit GTR lösen oder quadratische Regression verwenden:

Mit STAT | EDIT x-Werte in L1 und y-Werte in L2 eingeben,
STAT | CALC 4: QuadReg aufrufen.

L1	L2
x_1	y_1
x_2	y_2
x_3	y_3

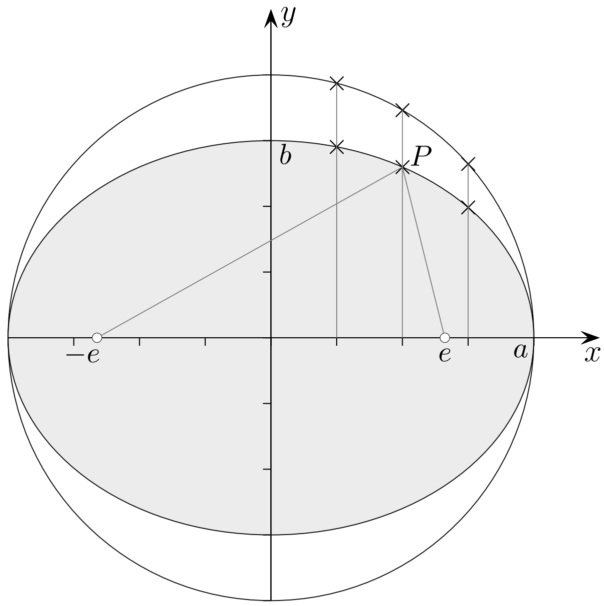
⟵





⟵

$$
\begin{aligned}
f(x) &= ax^2\,, && x \geq 0 && \text{Bei Parabeln muss der Definitionsbereich eingeschränkt werden.}\\
y &= ax^2 \\
x &= ay^2 && \text{nach } y \text{ auflösen}\\
\frac{x}{a} &= y^2 \\
y &= \sqrt{\frac{x}{a}} && \text{Der Wertebereich von } f \text{ wird zum Definitionsbereich von } f^{-1}
\end{aligned}
$$



Die Ellipse ist ein gestauchter Kreis.

Die Längen der Halbachsen sind a und b.

Aus der Kreisgleichung

$$x^2 + y^2 = a^2$$

erhalten wir die Funktionsgleichung für den oberen/unteren Halbkreis:

$$y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$$

Die y-Werte werden nun mit $\dfrac{b}{a}$ multipliziert.

$$y = \pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

Durch Quadrieren und Umformen erhalten wir die Ellipsengleichung:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Für jeden Ellipsenpunkt $P(x \mid y)$ ist die Summe der Abstände zu den Brennpunkten $F_1(-e \mid 0)$ und $F_2(e \mid 0)$ konstant $2a$, $e^2 = a^2 - b^2$.

$$\sqrt{(x+e)^2 + y^2} + \sqrt{(x-e)^2 + y^2} = 2a$$

Nach zweimaligem Isolieren der Wurzel, Quadrieren und Abkürzen mit $b^2 = a^2 - e^2$ erhalten wir die Ellipsengleichung: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

⟵

$$
\begin{aligned}
3 - e^x &= \frac{2}{e^x} \qquad | \cdot e^x \\
3e^x - e^{2x} &= 2 \\
u &= e^x \\
&\dots \\
u^2 - 3u + 2 &= 0 \\
&\dots \\
u_1 &= 1 \\
u_2 &= 2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e^x &= 1 \quad \Longrightarrow \quad x_1 = 0 \\
e^x &= 2 \quad \Longrightarrow \quad x_2 = \ln(2)
\end{aligned}
$$

$\longleftarrow$

$$
\begin{aligned}
e^x - \frac{15}{e^x} &= 2 \qquad | \cdot e^x \\
e^{2x} - 15 &= 2e^x \\
u &= e^x \\
&\dots \\
u^2 - 2u - 15 &= 0 \\
&\dots \\
u_1 &= 5 \\
u_2 &= -3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e^x &= 5 \quad \Longrightarrow \quad x_1 = \ln(5) \\
e^x &= -3 \quad \Longrightarrow \quad \text{nicht lösbar}
\end{aligned}
$$

$$f(x) = a(x-d)^2 + e$$
$$S(d \mid e)$$

$$f(x) = (x+4)^2$$
$$Min(-4 \mid 0)$$

$$f(x) = (x-3)^2 + 5$$
$$Min(3 \mid 5)$$

$$f(x) = -(x+1)^2 + 2$$
$$Max(-1 \mid 2)$$ Parabel ist nach unten geöffnet.

$$f(x) = 2(x-1)^2 + 3$$
$$Min(1 \mid 3)$$ Parabel ist nach oben geöffnet.

←

a) $(3 - 2 \cdot 0{,}5^2)^2$ 6,25

b) $\dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}0005}$

c) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}}$

d) $f(x) = x^3 + kx^2$ $f(-\frac{k}{2}) \ = \ ?$

e) $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2$ $g(\sqrt{2}) \ = \ ?$

$\longleftarrow$

a) $(3 - 2 \cdot 0{,}5^2)^2$

b) $\dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}0005}$ 12

c) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}}$

d) $f(x) = x^3 + kx^2$ $f(-\frac{k}{2}) \;=\; ?$

e) $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2$ $g(\sqrt{2}) \;=\; ?$

$\longleftarrow$

a) $(3 - 2 \cdot 0{,}5^2)^2$

b) $\dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}0005}$

c) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}}$ 2 *(Tipp: Zähler und Nenner mit 20 multiplizieren)*

d) $f(x) = x^3 + kx^2$ $f(-\frac{k}{2}) \;=\; ?$

e) $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2$ $g(\sqrt{2}) \;=\; ?$

⟵

a) $(3 - 2 \cdot 0{,}5^2)^2$

b) $\dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}0005}$

c) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}}$

d) $f(x) = x^3 + kx^2$ $\qquad f(-\frac{k}{2}) \; = \; \frac{k^3}{8}$

e) $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2$ $\qquad g(\sqrt{2}) \; =$

$\longleftarrow$

a) $(3 - 2 \cdot 0{,}5^2)^2$

b) $\dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}0005}$

c) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}}$

d) $f(x) = x^3 + kx^2$ $\qquad f(-\frac{k}{2}) \; = \; ?$

e) $g(x) = 3x^3 - \sqrt{2}x^2$ $\qquad g(\sqrt{2}) \; = \; 4\sqrt{2}$

$\longleftarrow$

Ungleichungen

$$\begin{aligned} 2x &> 5x - 6 && \mid\ -5x \\ -3x &> -6 && \mid\ :\ (-3) \\ x &< 2 \\ & L = \{\, x \mid x < 2 \,\} \end{aligned}$$

Die Lösungsmenge besteht aus allen Zahlen (allen x), die die Bedingung $x < 2$ erfüllen.
Übliche Schreibweise: Vor der Bedingung steht ein senkrechter Strich.

Lösungsidee:
Gehe wie beim Lösen von Gleichungen vor, beachte jedoch:
Beim Multiplizieren und Dividieren mit einer <u>negativen</u> Zahl kehrt sich das Kleiner- (<), bzw. Größerzeichen (>), um, wie an den beiden Beispielen zu sehen ist:

$$\begin{aligned} 2 &< 5 \mid \cdot (-1) \\ -2 &> -5 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 3 &> -2 \mid \cdot (-1) \\ -3 &< 2 \end{aligned}$$

⟵

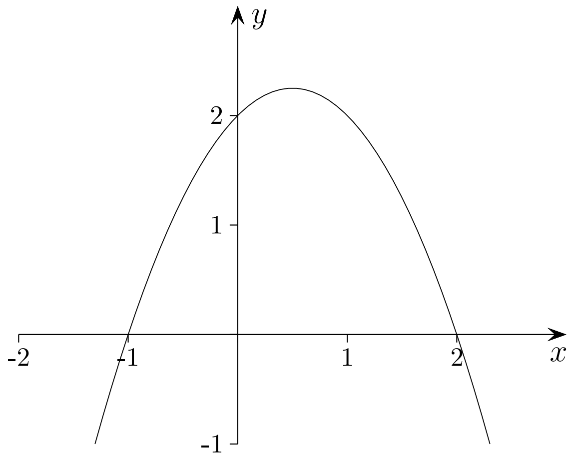
a) $3x - 10 < 4x - 6$ $\quad L = \{\, x \mid -4 < x \,\}$

b) $2 - 3(x - 2) < 2$ $\quad L = \{\, x \mid 2 < x \,\}$

c) $3x - (4x - 5)2 < 5$ $\quad L = \{\, x \mid 1 < x \,\}$

Quadratische Ungleichungen

$-x^2 + x + 2 < 0$



$f(x) = -x^2 + x + 2$

Nullstellen: $x_1 = -1, \;\; x_2 = 2$

$L = \{\, x \mid x < -1 \text{ oder } 2 < x \}$

Lösungsidee:
Betrachte den Term mit x als Funktionsterm einer Parabel und bestimme die Nullstellen. Aus einer Skizze kann die Lösungsmenge dann abgelesen werden. Überlege, für welche Bereiche die Funktionswerte oberhalb, bzw. unterhalb der x-Achse liegen.

Parabeln mit den Funktionsgleichungen $f(x) = x^2 \ldots$ sind nach oben geöffnet,
die mit $f(x) = -x^2 \;\ldots$ nach unten.

$\longleftarrow$

a) $x^2 - 4 \leq 0$ $\qquad$ $f(x) = x^2 - 4$ Nullstellen: $x_1 = 2, \; x_2 = -2$

$L = \{\, x \mid -2 \leq x \leq 2 \,\}$

b) $-x^2 + 3x + 4 < 0$ $\qquad$ $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ Nullstellen: $x_1 = -1, \; x_2 = 4$

$L = \{\, x \mid x < -1 \text{ oder } 4 < x \,\}$

Gleichung mit Beträgen

$$|\,2x-10\,| = 4$$

Fallunterscheidung

$$\begin{aligned} 2x-10 &= 4 \\ 2x &= 14 \\ x_1 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-10 &= -4 \\ 2x &= 6 \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Wird auf beiden Seiten der Betrag genommen, ergibt sich die Ausgangsgleichung.

$\longleftarrow$

$|\,6-3x\,| = 12, \qquad x_1 = -2, \quad x_2 = 6$