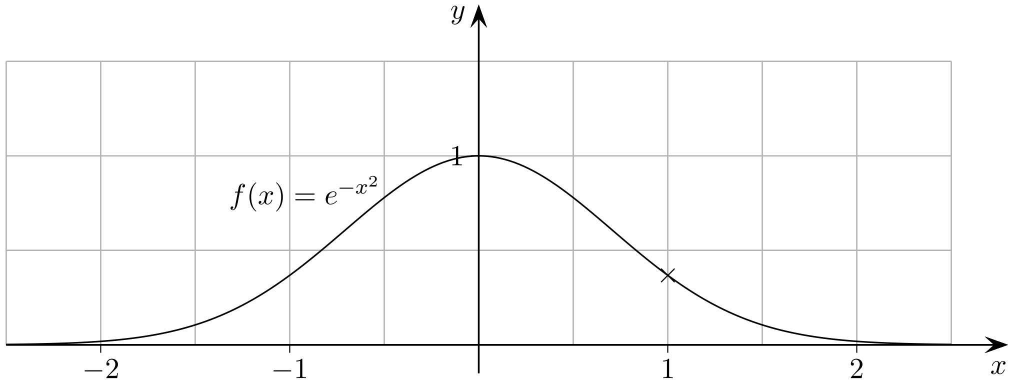
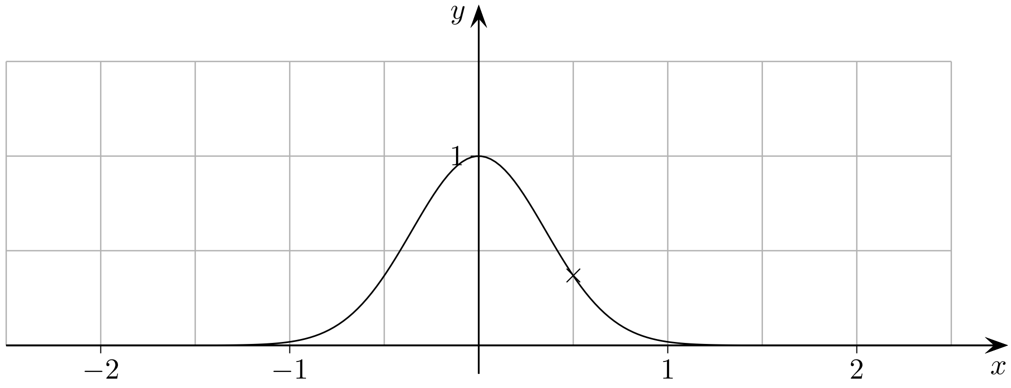
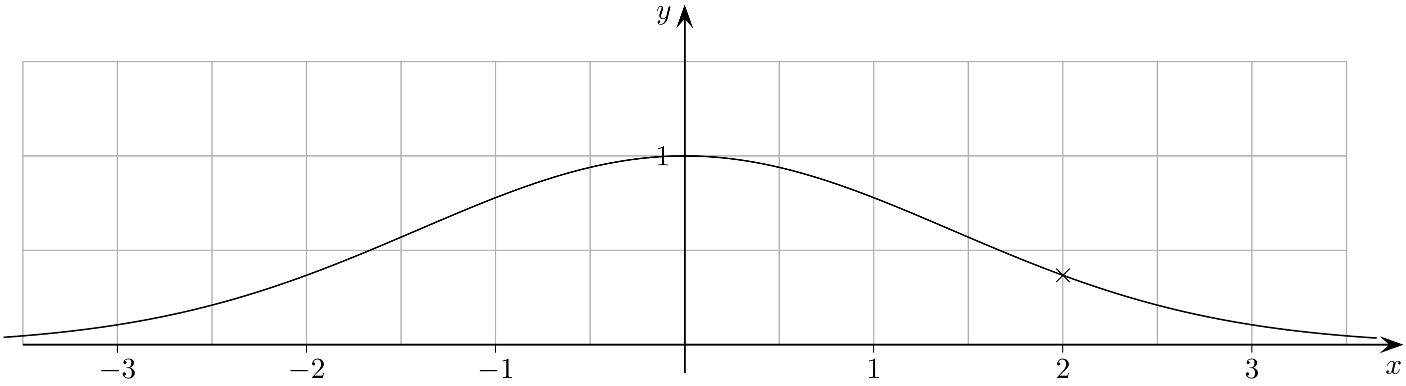
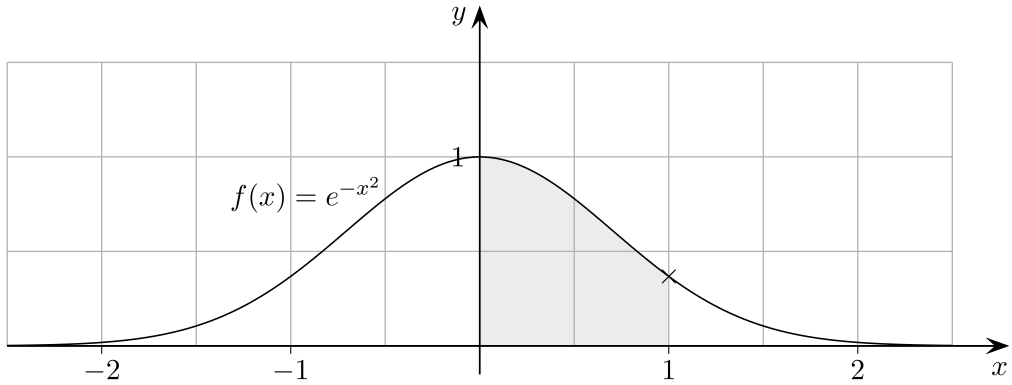
Graphen strecken/stauchen

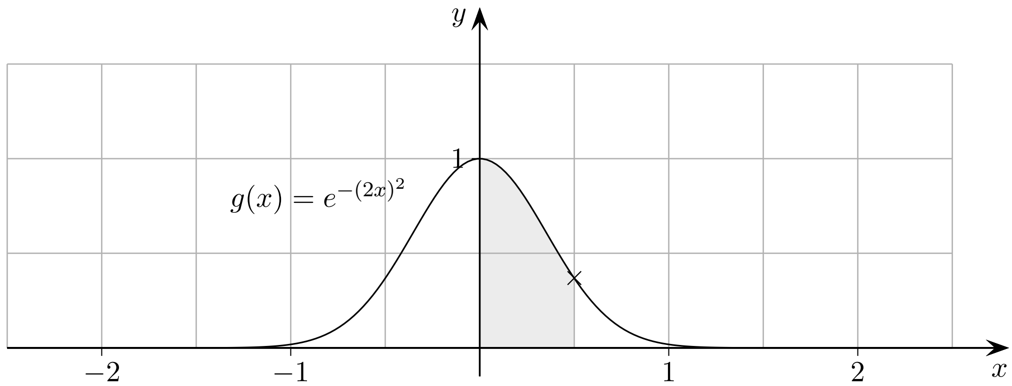






Graphen strecken/stauchen





Der Graph der Funktion $g(x) = f(2x)$ ist im Vergleich zum Graphen von $f(x)$ um den Faktor $\frac{1}{2}$ in x-Richtung gestaucht.

Beachte:

$$f(1) = g(\tfrac{1}{2})$$

$$f(x) = g(\tfrac{x}{2})$$

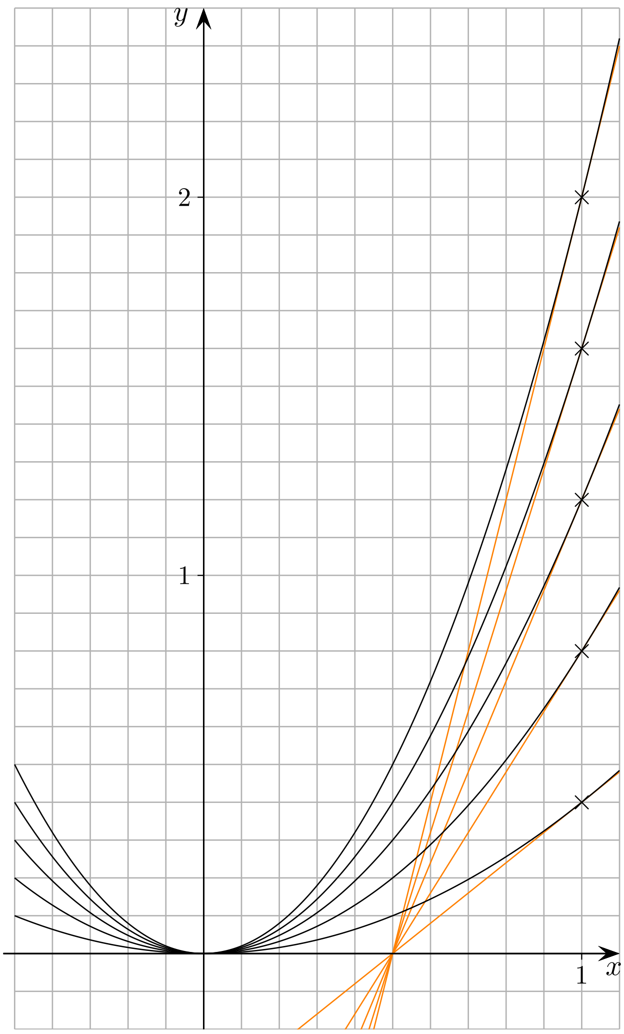
Der Graph der Funktion $f(ax)$ ist im Vergleich zum Graphen von $f(x)$ um den Faktor $\frac{1}{a}$ für $a > 1$ in x-Richtung gestaucht, für $a < 1$ liegt eine Streckung um den Faktor $\frac{1}{a}$ vor.

Der Faktor ist also stets der Kehrwert.
An seiner Größe ist zu erkennen, ob eine Stauchung (< 1) oder Streckung (> 1) vorliegt.

Folgerung: Hat $f(x)$ die Periode p, so hat $f(ax)$ die Periode $\frac{p}{a}$.

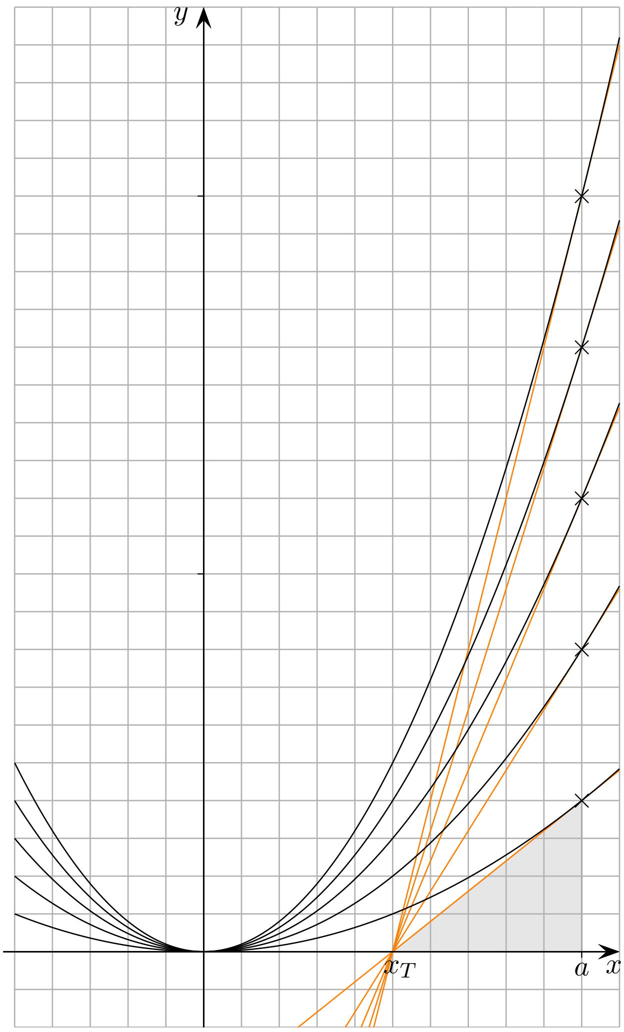
Funktionenschar

Von der Funktionenschar $f_k(x) = k \cdot x^2$ sind die Graphen für $k \in \{0{,}4,\ 0{,}8,\ 1{,}2,\ 1{,}6,\ 2\}$ abgebildet. Begründe das, was du siehst.



Funktionenschar

Von der Funktionenschar $f_k(x) = k \cdot x^2$ sind die Graphen für $k \in \{0{,}4,\ 0{,}8,\ 1{,}2,\ 1{,}6,\ 2\}$ abgebildet. Begründe das, was du siehst.

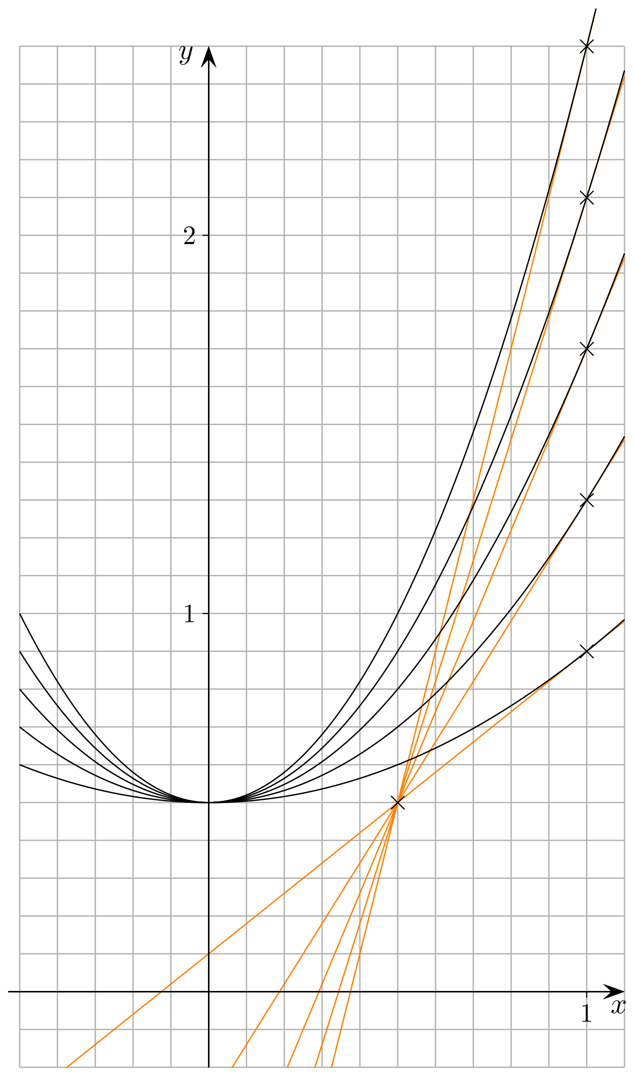


Die Graphen und damit die Tangenten an der Stelle a gehen durch Streckung auseinander hervor. Der Punkt $N(x_T \mid 0)$ bleibt dabei fest und die Tangenten schneiden sich auf der x-Achse.

$$0 = f_k'(a)(x-a) + f_k(a) \quad \Longrightarrow \quad \frac{f_k(a)}{a - x_T} = f_k'(a)\,, \qquad x_T = a - \frac{f_k(a)}{f_k'(a)}$$

Funktionenschar

Von der Funktionenschar $f_k(x) = k \cdot x^2 + \frac{1}{2}$ sind die Graphen für $k \in \{0{,}4,\ 0{,}8,\ 1{,}2,\ 1{,}6,\ 2\}$ abgebildet. Begründe das, was du siehst.



Allgemeines Vorgehen

Bringe die Tangentengleichung

$$y = f_k'(a)(x-a) + f_k(a)$$

auf die Form

$$y = m_k(x-b) + c$$

Alternativ kann der Schnittpunkt der Tangenten

$$y = f_{k_1}'(a)(x-a) + f_{k_1}(a)$$

$$y = f_{k_2}'(a)(x-a) + f_{k_2}(a)$$

ermittelt werden.

Erläutere den Einfluss von k auf den Verlauf der Graphen.

a) $x \longrightarrow f(x) + k$

b) $x \longrightarrow k \cdot f(x)$

c) $x \longrightarrow f(x + k)$

d) $x \longrightarrow f(k \cdot x)$

e) $x \longrightarrow k \cdot |\, f(x)\, |$

Erläutere den Einfluss der Parameter a, b, c und d auf den Verlauf des Graphen.

$x \longrightarrow a \cdot f(b(x - c)) + d$

Graphen verschieben, GTR

1. Probiere mit dem GTR aus:

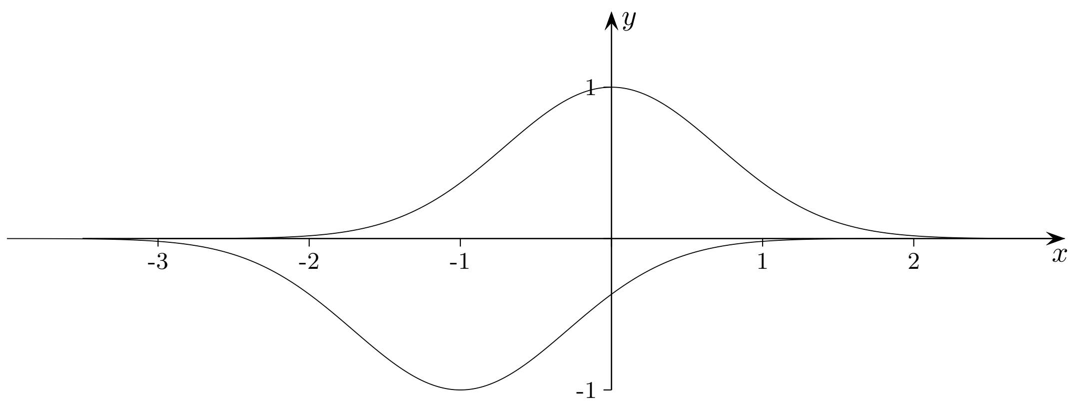
$$\backslash Y_1 \;=\; e^{-X^2}$$

$\backslash Y_2 \;=\; Y_1(X-2)$ siehe VARS | Y-VARS | 1: Function oder ALPHA TRACE

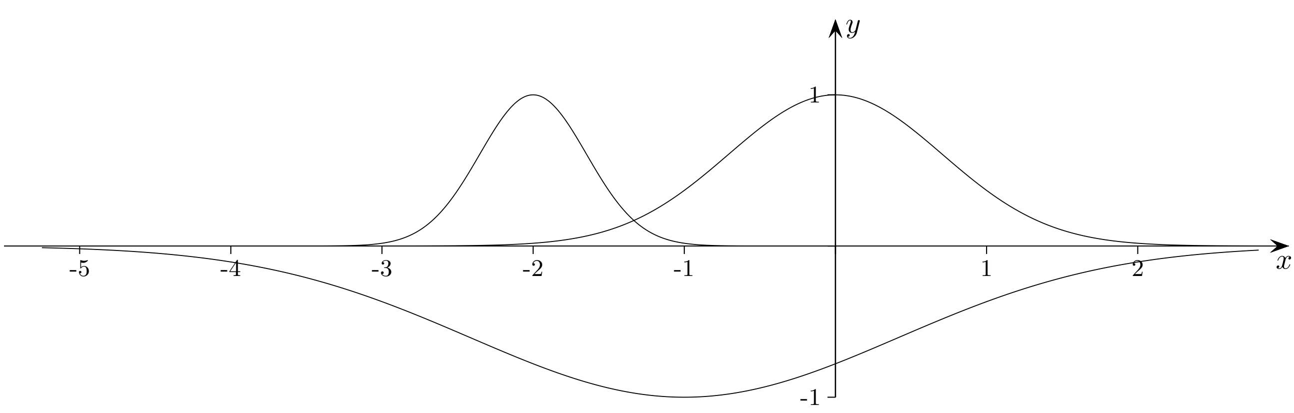
$\backslash Y_3 \;=\; Y_2+1$ Statt $Y_2(X)$ kann einfach Y_2 geschrieben werden.

$\backslash Y_4 \;=\; -Y_3$ Achte auf die Unterscheidung von Vorzeichen- und Rechenzeichen-Minus.

2. Erzeuge auf diese Weise die Grafik (Koordinaten der Extrema sind ganzzahlig).



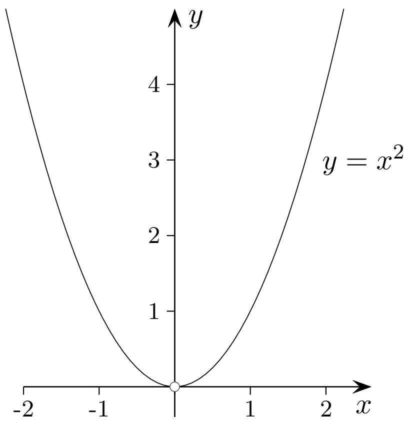
3. Erzeuge auf diese Weise die Grafik (Koordinaten der Extrema sind ganzzahlig).

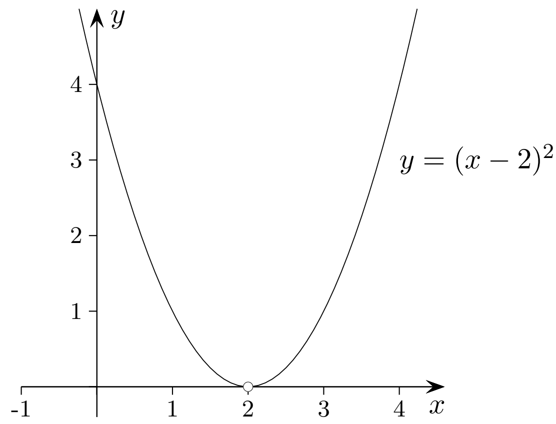


Graphen verschieben

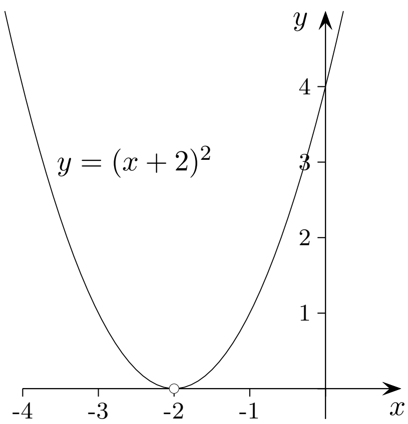
Verschiebung um c (c pos.)

nach rechts $\quad x$ durch $x - c$,
nach links $\quad x$ durch $x + c \quad$ ersetzen





$x = 2$ eingesetzt ergibt $y = 0$



$x = -2$ eingesetzt ergibt $y = 0$

Zeigen Sie, dass die folgende Aussage für jeden Wert von a richtig ist:

Wird der Graph von $f_a(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{2}ax^2+\frac{1}{2}}$ mit dem gleichen Faktor $k > 0$ sowohl in x-Richtung als auch in y-Richtung gestreckt, so stellt der dadurch entstehende Graph ebenfalls eine Funktion der Schar dar.

Abitur eA 2022 Ni

Zeigen Sie, dass die folgende Aussage für jeden Wert von a richtig ist:

Wird der Graph von $f_a(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{2}ax^2+\frac{1}{2}}$ mit dem gleichen Faktor $k > 0$ sowohl in x-Richtung als auch in y-Richtung gestreckt, so stellt der dadurch entstehende Graph ebenfalls eine Funktion der Schar dar.

Abitur eA 2022 Ni

$$k \cdot f_a(\frac{x}{k}) = k \cdot \frac{x}{k} \cdot e^{-\frac{1}{2}a\cdot(\frac{x}{k})^2+\frac{1}{2}} = x \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{k^2}x^2+\frac{1}{2}} = f_{\frac{a}{k^2}}(x)$$