

## Aufgaben 2    Analysis und Vektorrechnung

1. Das Höhenwachstum (in  $m$ ) einer Pflanze ist gegeben durch  $f(x) = 0,2 e^{0,5x}$ .

Wie lange dauert es ( $x$  Zeit in Jahren), bis die Pflanze 4  $m$  hoch ist?

2. Eine Funktion  $f$  ist gegeben durch  $f(x) = \frac{4x + 4}{e^{1-x}}$ .

a) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion  $f$  auf Nullstellen, Extrema, Asymptote und Wendepunkte. (Für den Wendepunkt genügt die notwendige Bedingung.)

(Zwischenergebnis:  $f'(x) = \frac{8 + 4x}{e^{1-x}}$ )

b) Skizzieren Sie die Graphen von  $f$  und  $f'$ .

3. Eine Funktion  $f$  ist gegeben durch  $f(x) = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ .

a) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion  $f$  auf Nullstellen, Extrema, Asymptote und Wendepunkte. (Für den Wendepunkt genügt die notwendige Bedingung.)

(Zwischenergebnis:  $f'(x) = \frac{-e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$ )

b) Skizzieren Sie die Graphen von  $f$  und  $f'$ .

4. Gegeben sind die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  und der Punkt  $A(2|1|1)$ .

a) Wie lautet die Hessesche Normalenform der Ebene  $E$ , in der die Gerade  $g$  und der Punkt  $A$  liegen?

b) Welchen Abstand hat die Ebene  $E$  zum Ursprung?

*Lösungen:*

1.  $x = 5,99$

2. a)  $f''(x) = \frac{12 + 4x}{e^{1-x}}$ ,  $N(-1|0)$ ,  $Min(-2|\frac{-4}{e^3})$ , Asymptote:  $y = 0$ ,  $W(-3|\frac{-8}{e^4})$ ,

b)  $Min(-2|-0,2)$ ,  $W(-3|-0,15)$ ,

3. a)  $f''(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{(1 + e^{-x})^3}$ , keine Nullstellen, keine Extrema,  $W(0|\frac{1}{2})$ ,  
Asymptoten:  $y = 0$  und  $y = 1$

4. a)  $E: \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} - 3 = 0$

b)  $d = \sqrt{\frac{3}{11}} = 0,52$