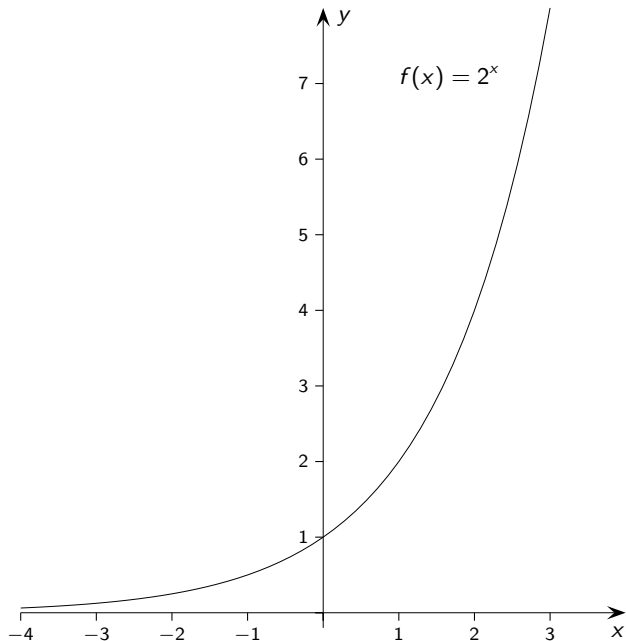


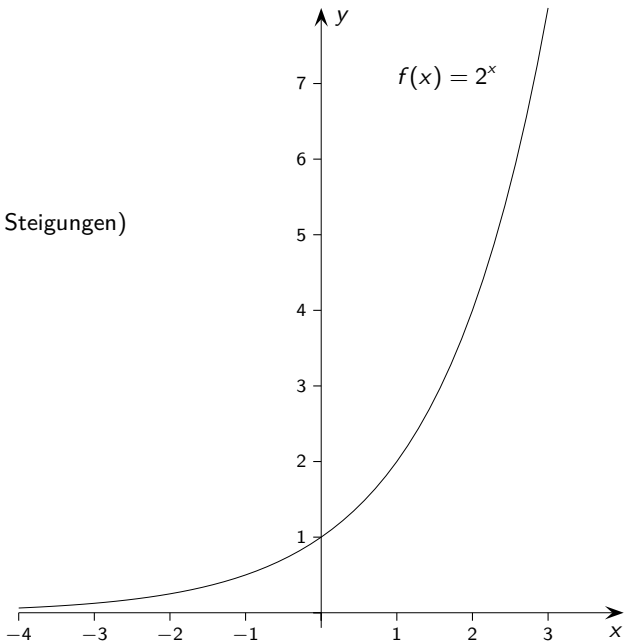
e-Funktion

groolfs.de

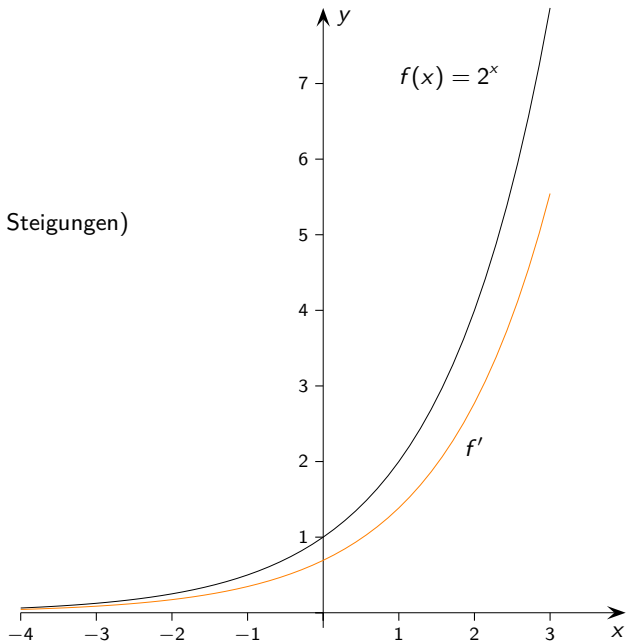
Graphische Differentiation



Graphische Differentiation
(Zeichnen der Tangenten und Ablesen der Steigungen)
der Funktionen $f(x) = 2^x$ und $f(x) = 3^x$



Graphische Differentiation
(Zeichnen der Tangenten und Ablesen der Steigungen)
der Funktionen $f(x) = 2^x$ und $f(x) = 3^x$
- die Ableitung liegt einmal unterhalb,

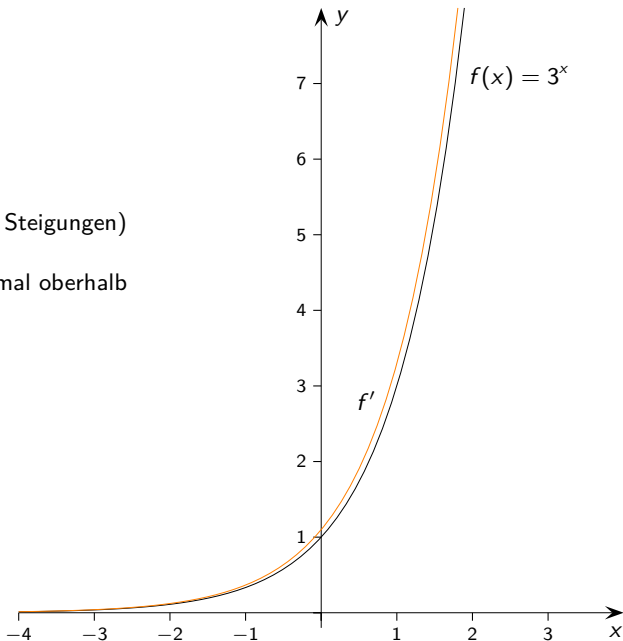


Graphische Differentiation

(Zeichnen der Tangenten und Ablesen der Steigungen)

der Funktionen $f(x) = 2^x$ und $f(x) = 3^x$

- die Ableitung liegt einmal unterhalb, einmal oberhalb
der jeweiligen Funktion - führt zur Frage:



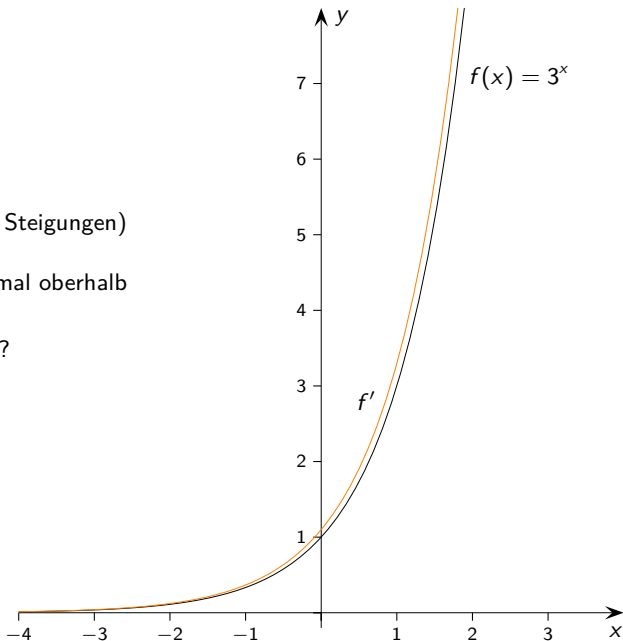
Graphische Differentiation

(Zeichnen der Tangenten und Ablesen der Steigungen)

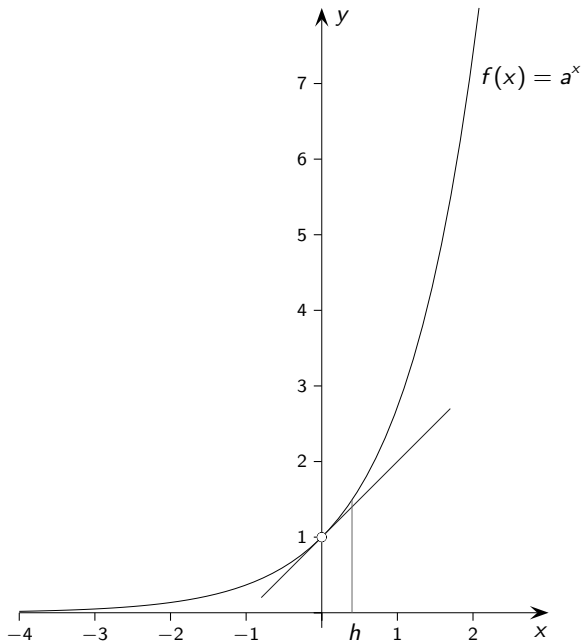
der Funktionen $f(x) = 2^x$ und $f(x) = 3^x$

- die Ableitung liegt einmal unterhalb, einmal oberhalb der jeweiligen Funktion - führt zur Frage:

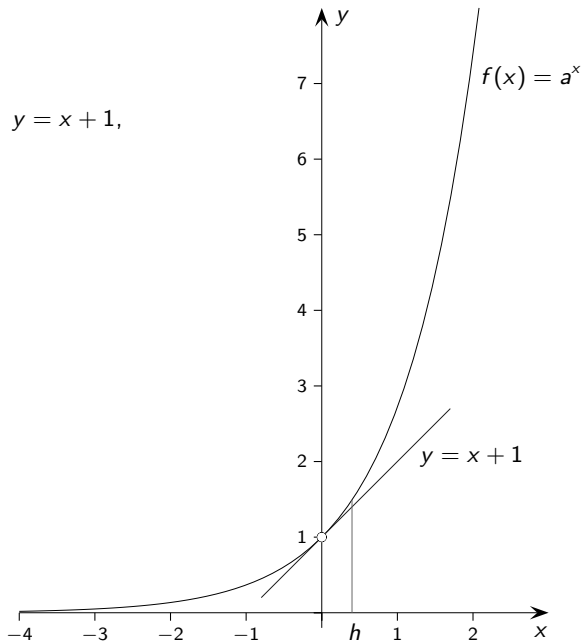
Gibt es ein a , für das gilt: $(a^x)' = a^x$?



Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre

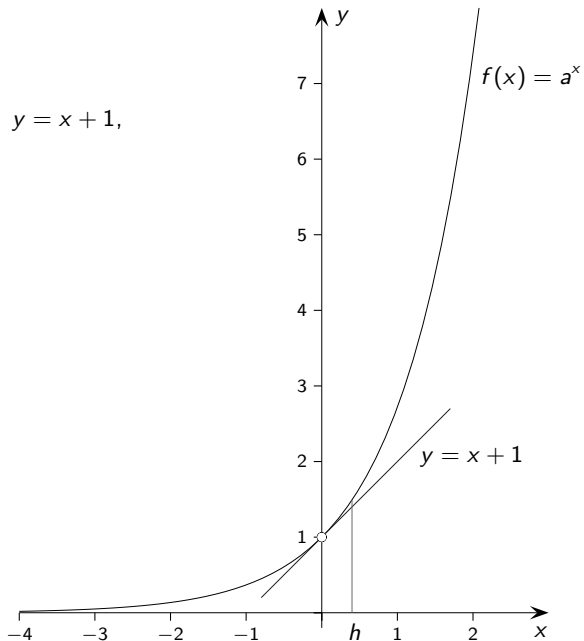


Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.



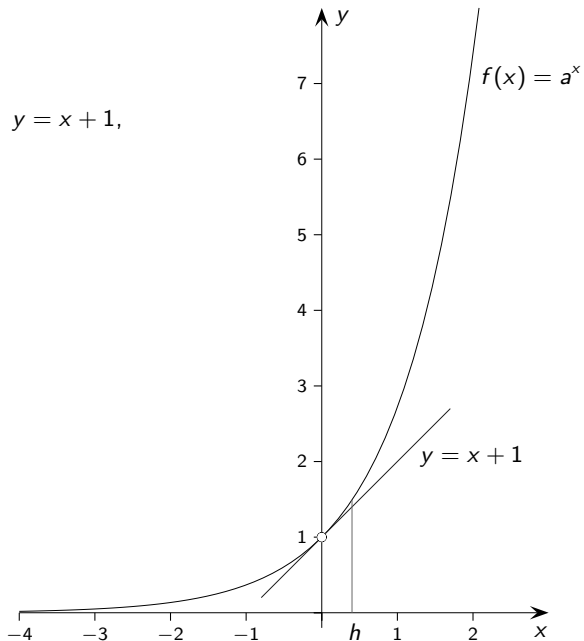
Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten:



Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

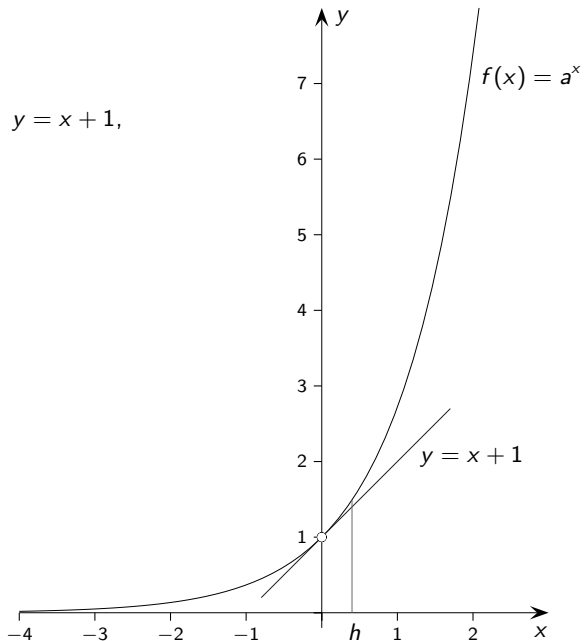
Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$



Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

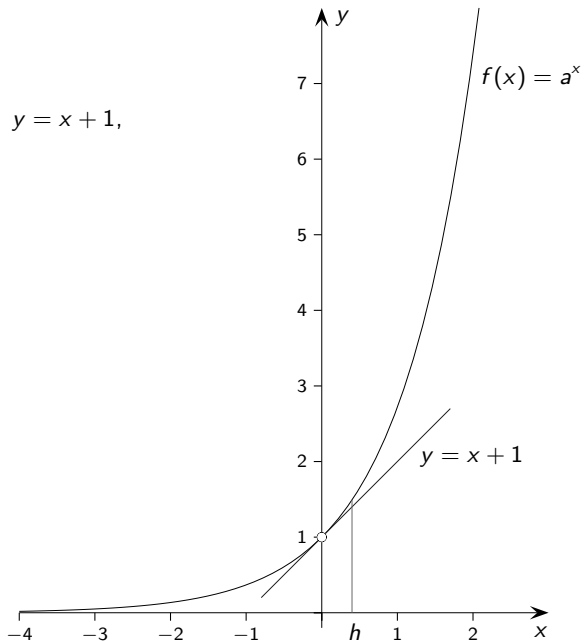


Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

$$a^{\frac{1}{n}} \simeq 1 + \frac{1}{n}$$

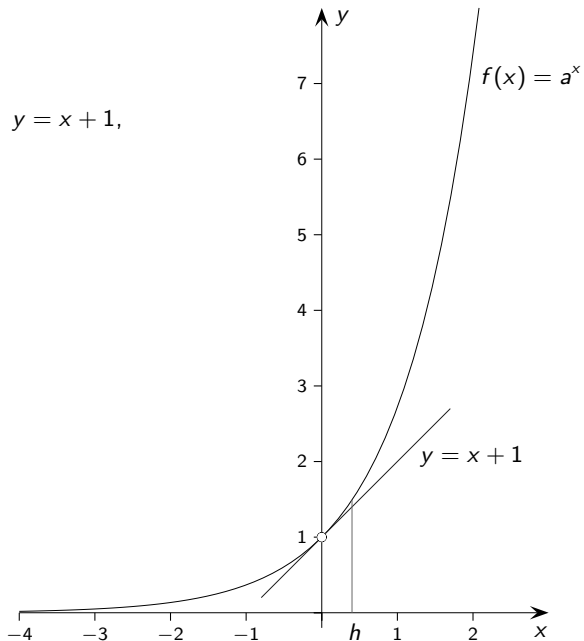


Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

$$a^{\frac{1}{n}} \simeq 1 + \frac{1}{n} \quad | \quad ()^n$$

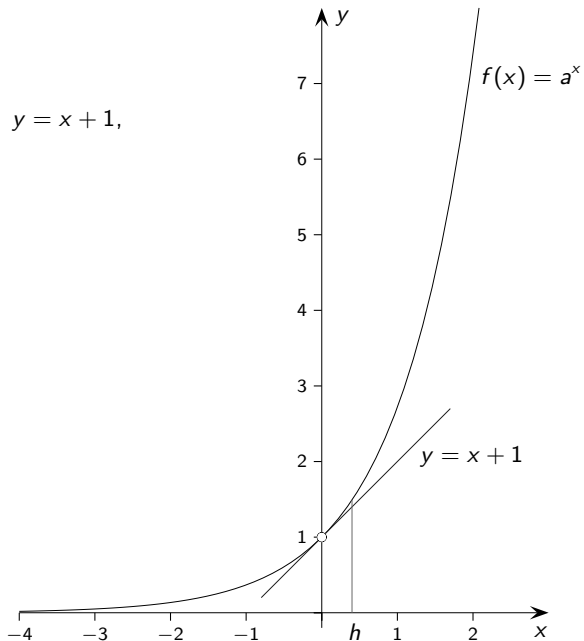


Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

$$a^{\frac{1}{n}} \simeq 1 + \frac{1}{n} \quad | \quad ()^n \quad \Rightarrow$$

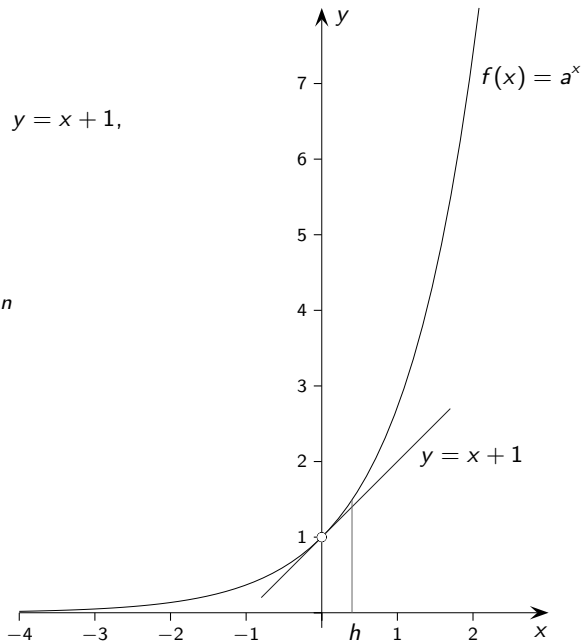


Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

$$a^{\frac{1}{n}} \simeq 1 + \frac{1}{n} \quad | \quad ()^n \quad \Rightarrow \quad a \simeq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$



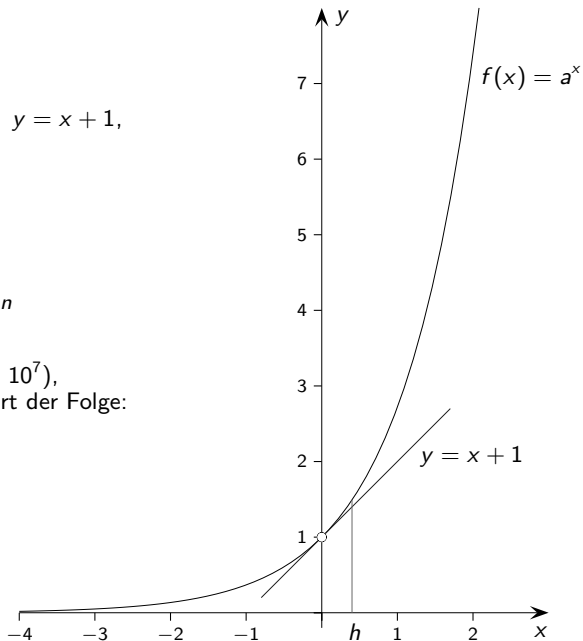
Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

$$a^{\frac{1}{n}} \simeq 1 + \frac{1}{n} \quad | \quad ()^n \quad \Rightarrow \quad a \simeq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Setzen wir für n große Zahlen ein (10^4 , 10^5 , 10^6 , 10^7),
so erhalten wir gute Näherungen für den Grenzwert der Folge:



Die Tangentengleichung an der Stelle $x = 0$ wäre $y = x + 1$,
beachte $f'(0) = 1$ und $a^0 = 1$.

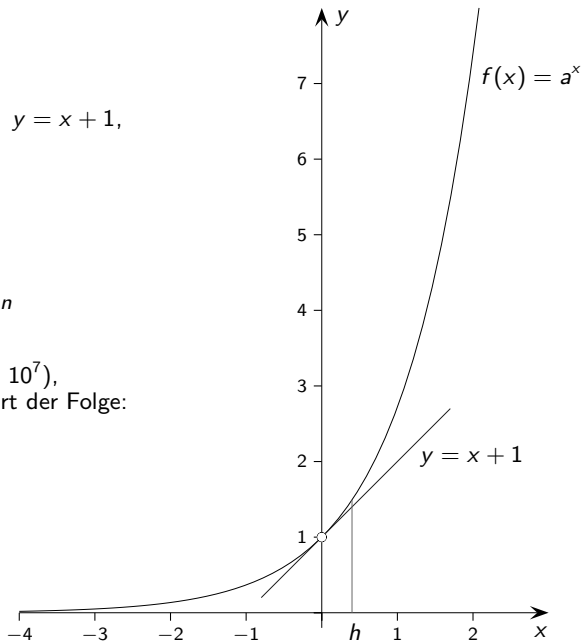
Für kleine h müsste dann gelten: $a^h \simeq h + 1$

Mit $h = \frac{1}{n}$ wäre für große n :

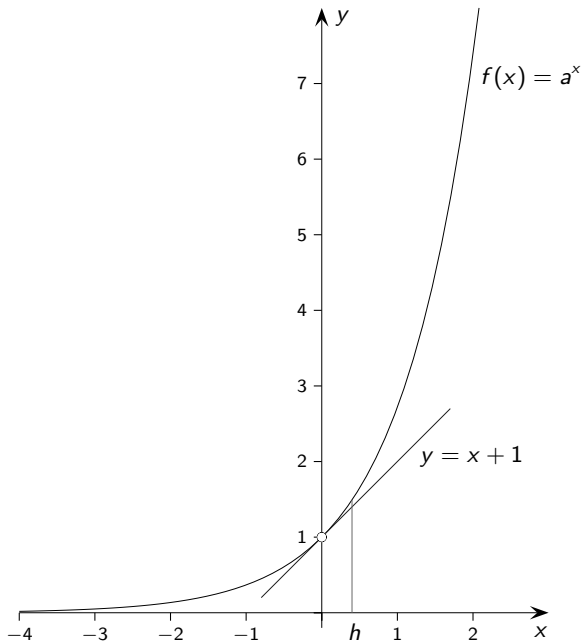
$$a^{\frac{1}{n}} \simeq 1 + \frac{1}{n} \quad | \quad ()^n \quad \Rightarrow \quad a \simeq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Setzen wir für n große Zahlen ein (10^4 , 10^5 , 10^6 , 10^7),
so erhalten wir gute Näherungen für den Grenzwert der Folge:

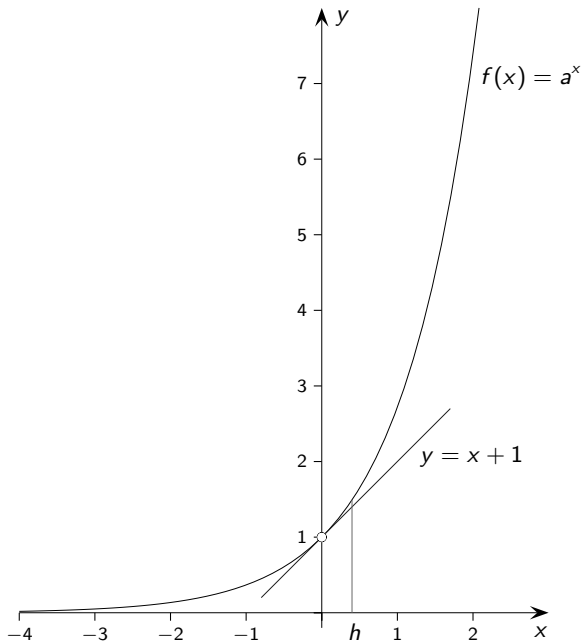
$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$



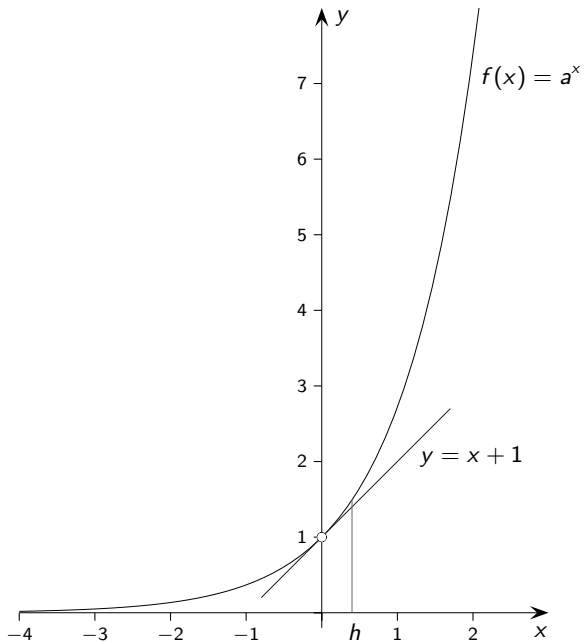
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	



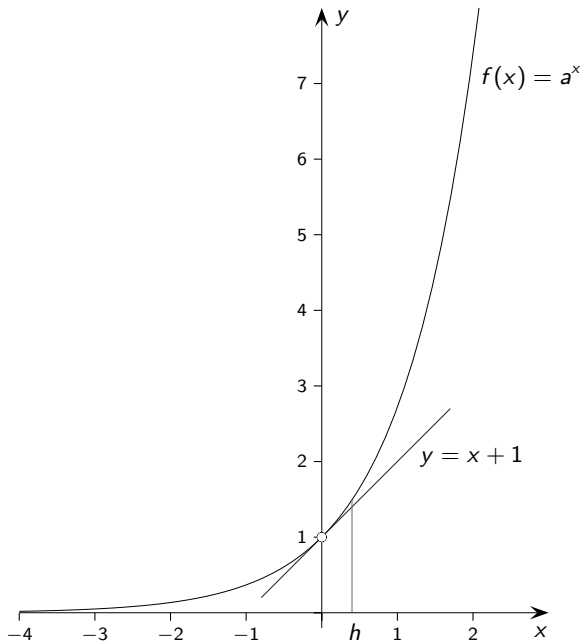
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	



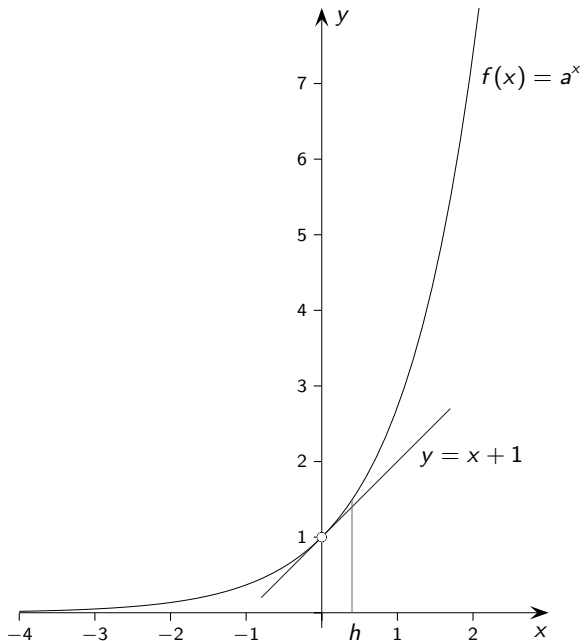
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	



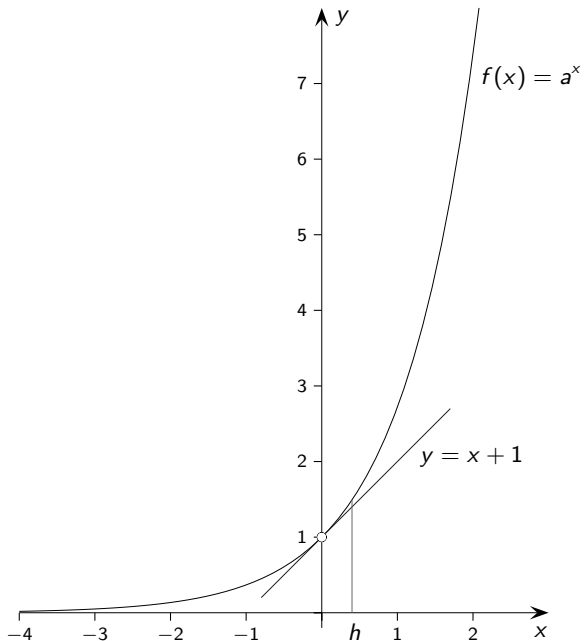
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	



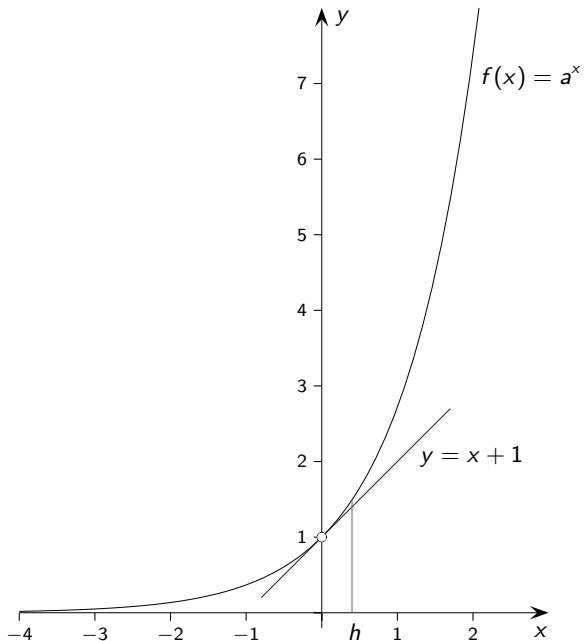
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	



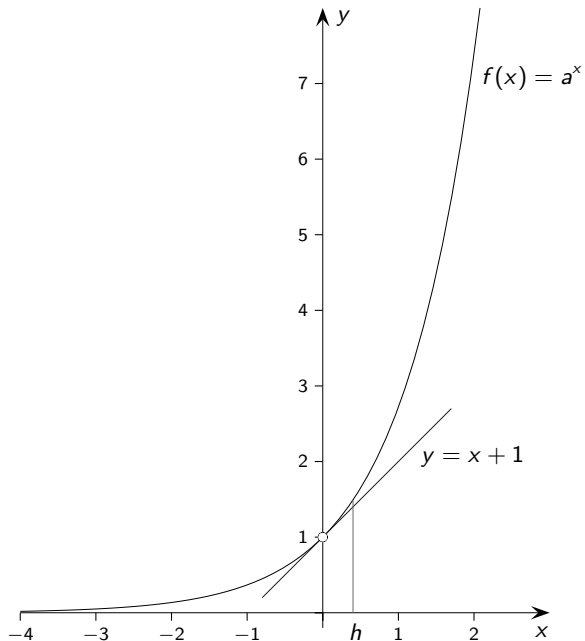
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	



n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	2,718 280 468
10^7	

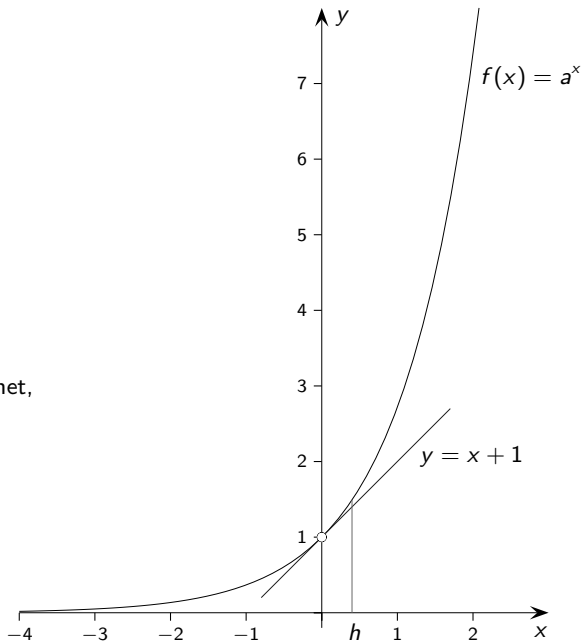


n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	2,718 280 468
10^7	2,718 281 763



n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	2,718 280 468
10^7	2,718 281 763

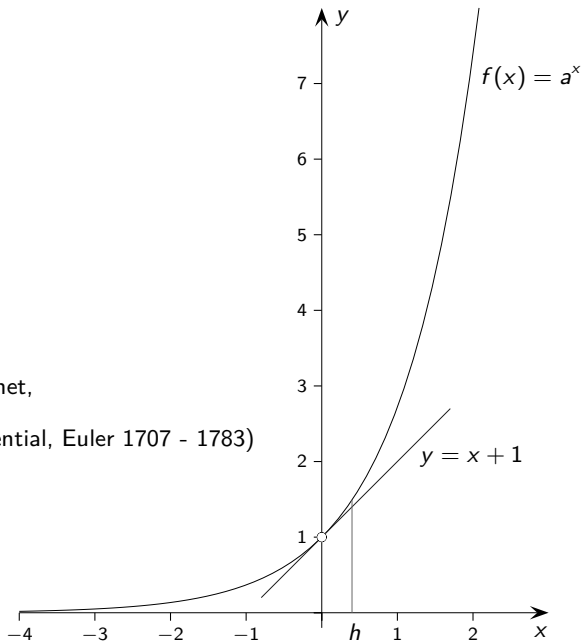
Der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ wird mit e bezeichnet,



n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	2,718 280 468
10^7	2,718 281 763

Der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ wird mit e bezeichnet,

$e = 2,718 281 828 459 \dots$ (e von exponential, Euler 1707 - 1783)

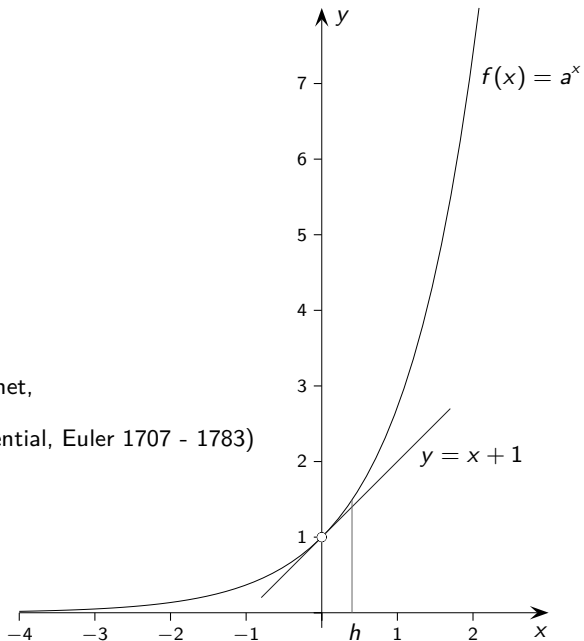


n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	2,718 280 468
10^7	2,718 281 763

Der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ wird mit e bezeichnet,

$e = 2,718 281 828 459 \dots$ (e von exponential, Euler 1707 - 1783)

$$(e^x)' = e^x$$

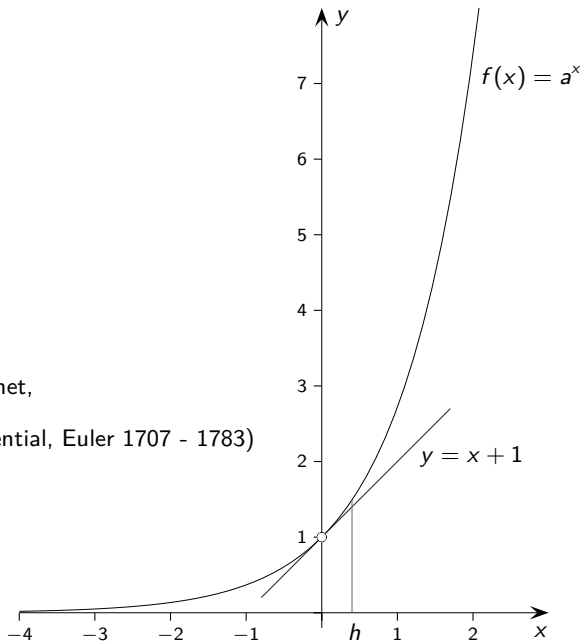


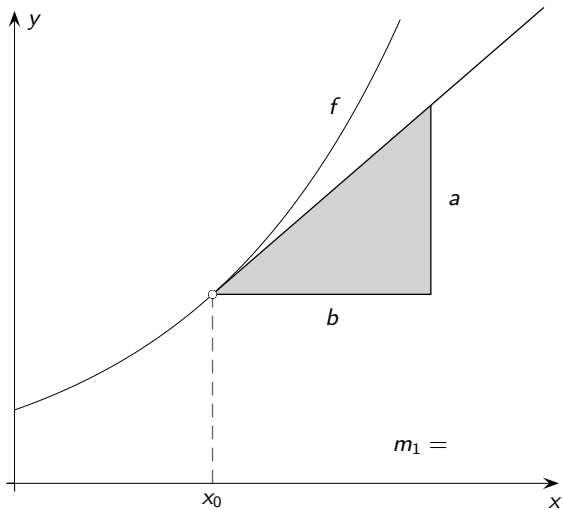
n	$(1 + \frac{1}{n})^n$
10^1	2,593 742 460
10^2	2,704 813 829
10^3	2,716 923 932
10^4	2,718 145 926
10^5	2,718 268 237
10^6	2,718 280 468
10^7	2,718 281 763

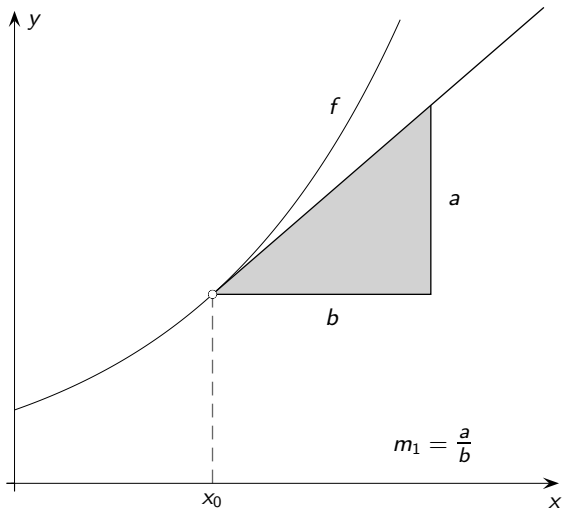
Der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ wird mit e bezeichnet,

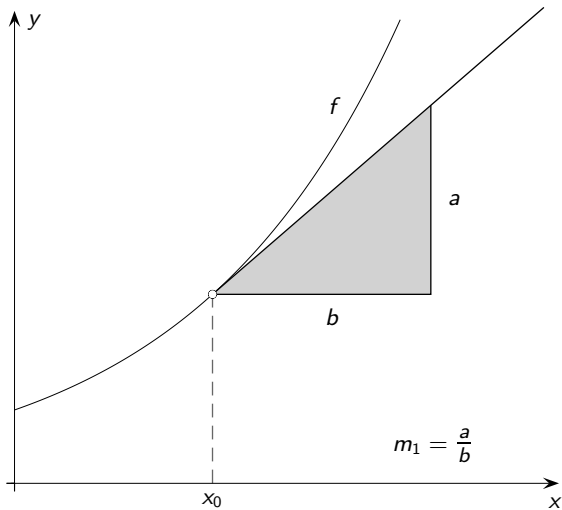
$e = 2,718 281 828 459 \dots$ (e von exponential, Euler 1707 - 1783)

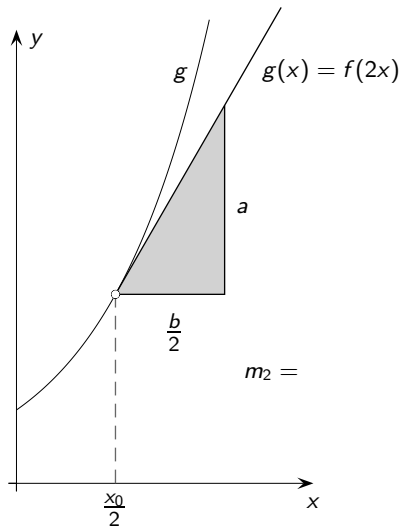
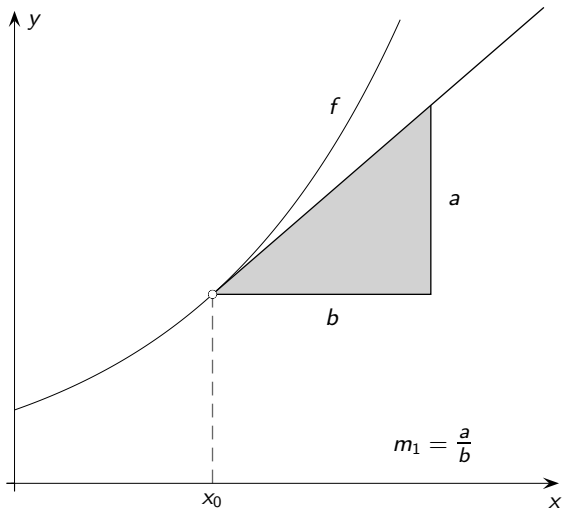
$$(e^x)' = e^x \quad \text{und} \quad (e^{kx})' = ke^{kx}$$

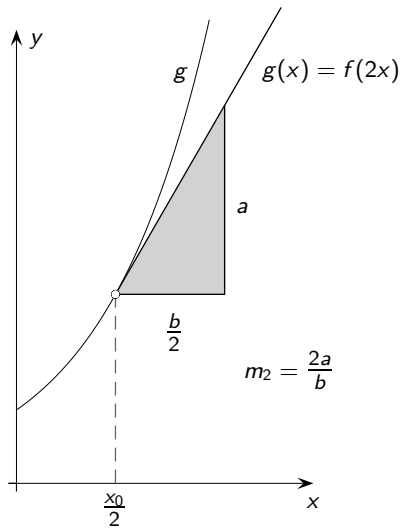
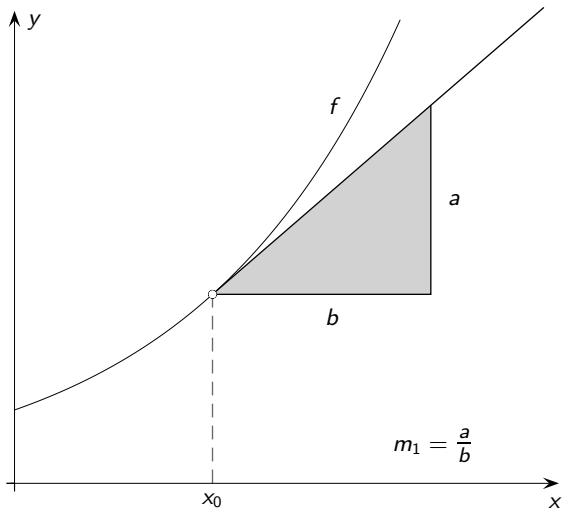


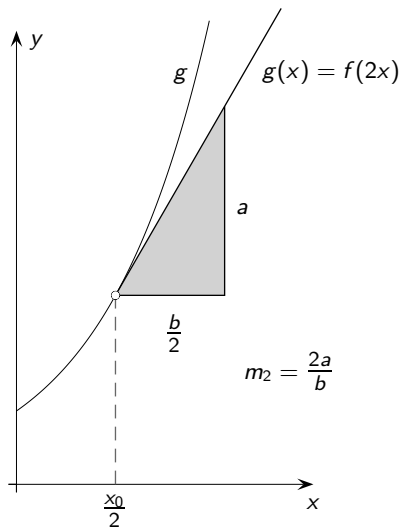
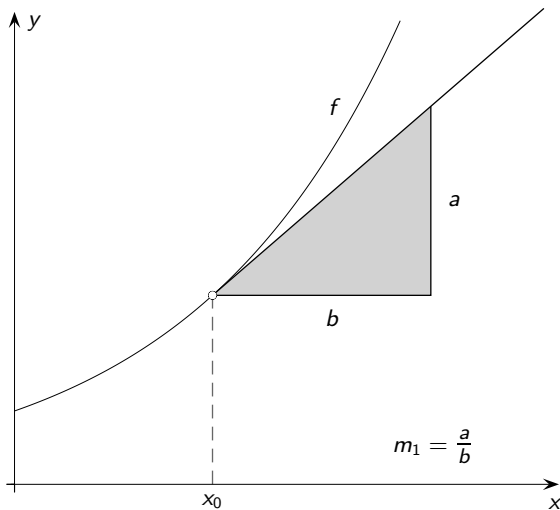




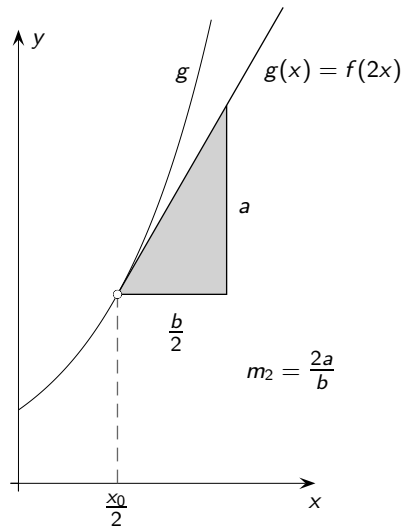
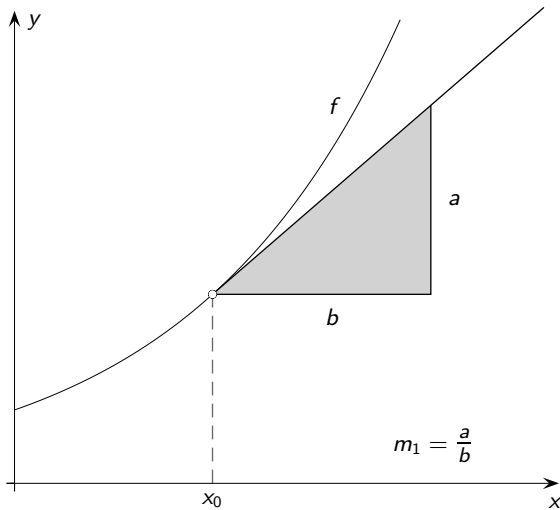




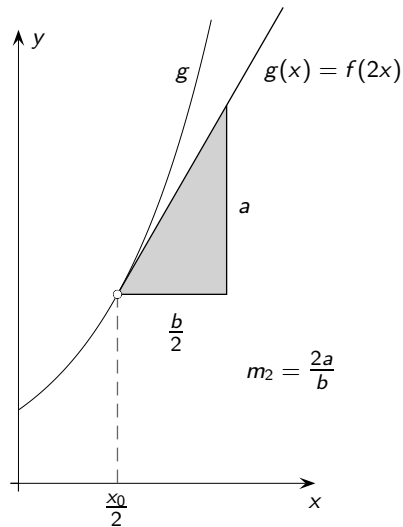
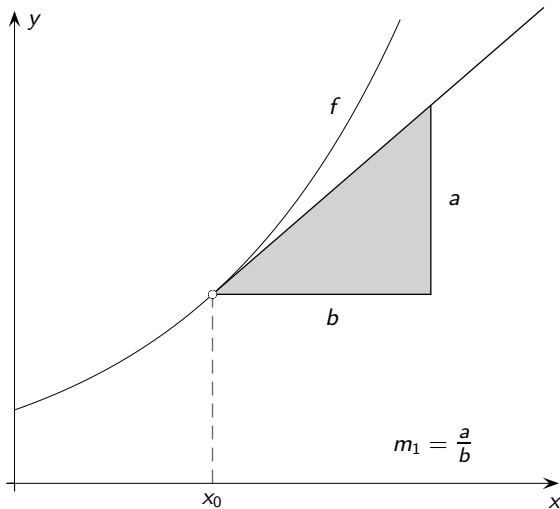




Der Graph von $g(x) = f(2x)$ ist gegenüber $f(x)$ mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ in x -Richtung gestaucht.



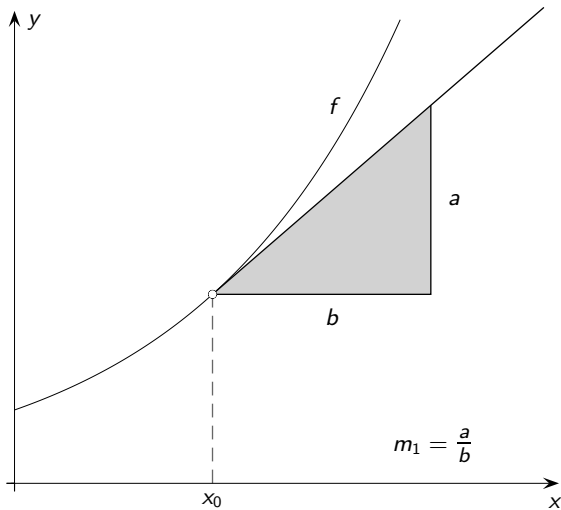
Den Funktionswert, den f an der Stelle x_0 annimmt, nimmt g schon an der Stelle $\frac{x_0}{2}$ an.



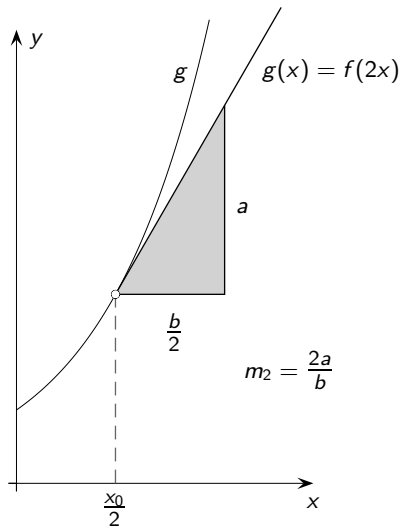
Die Steigungen an entsprechenden Stellen verdoppeln sich:

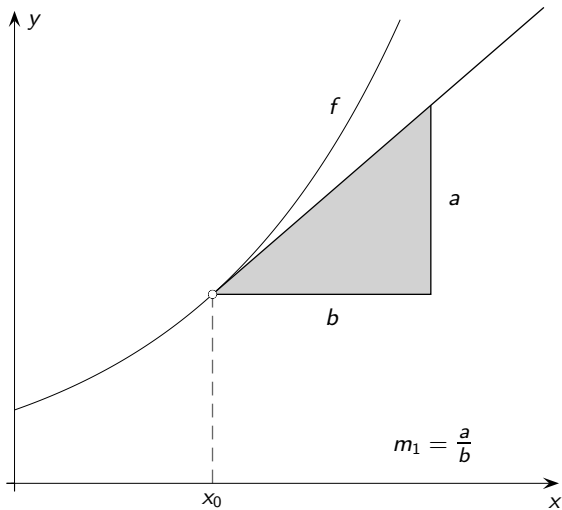
$$g'(\frac{x_0}{2}) = 2f'(x_0), \quad 2x = x_0$$

$$\implies g'(x) = 2f'(2x)$$

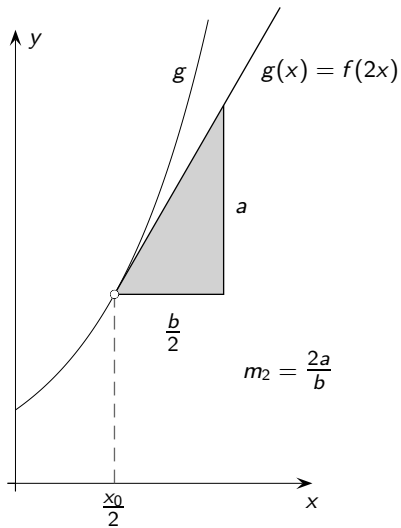


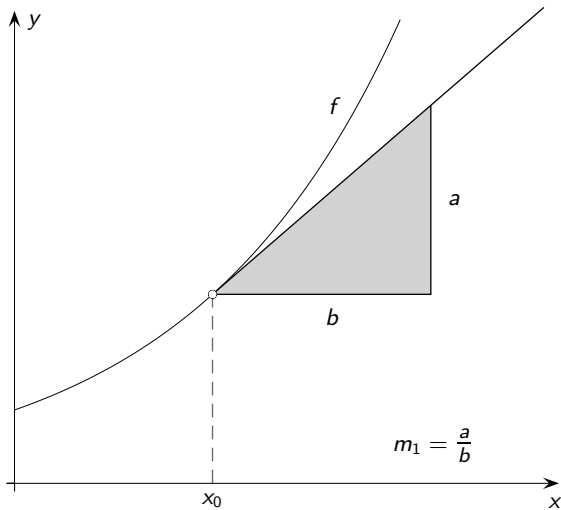
$$g(x) = f(2x) \implies g'(x) = 2f'(2x)$$





$$g(x) = f(kx) \implies g'(x) = k f'(kx)$$





$$g(x) = e^{kx} \implies g'(x) = k e^{kx}$$

