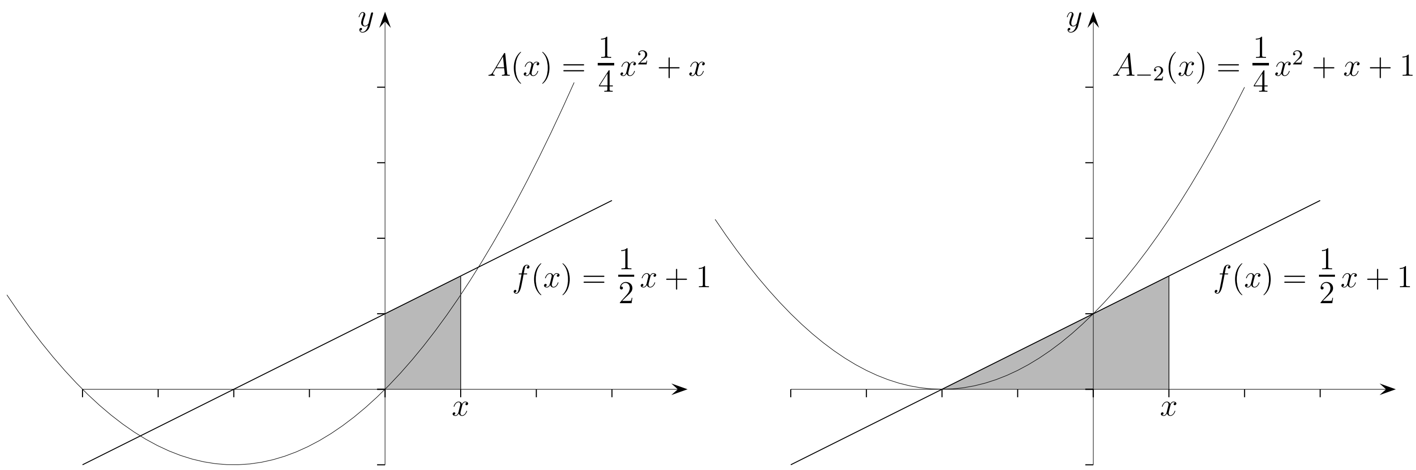
Integrationskonstante C

Bisher wurde durch die Inhaltsfunktion $A(x)$ der Inhalt der Fläche unter dem Graphen von f in den Grenzen von 0 bis x angegeben.
Statt der 0 als linker Grenze kann auch jede andere Stelle, z.B. -2, gewählt werden.
Sei hierzu $A_{-2}(x)$ die Inhaltsfunktion.



Die Inhaltsfunktionen $A(x)$ und $A_{-2}(x)$ unterscheiden sich lediglich um 1.
Um z.B. die Fläche unter dem Graphen von f in den Grenzen von -1 bis 2 auszurechnen, können wir folgendermaßen vorgehen:

$$\int_{-1}^{2} (\frac{1}{2}x + 1)\, dx = [A(x)]_{-1}^{2} = \left[\frac{1}{4}x^2 + x\right]_{-1}^{2} = \ldots$$

Möglich wäre aber auch:

$$\int_{-1}^{2} (\frac{1}{2}x + 1)\, dx = [A_{-2}(x)]_{-1}^{2} = \left[\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right]_{-1}^{2} = \ldots$$

Eine Funktion, deren Ableitung f ist, heißt *Stammfunktion* von f.

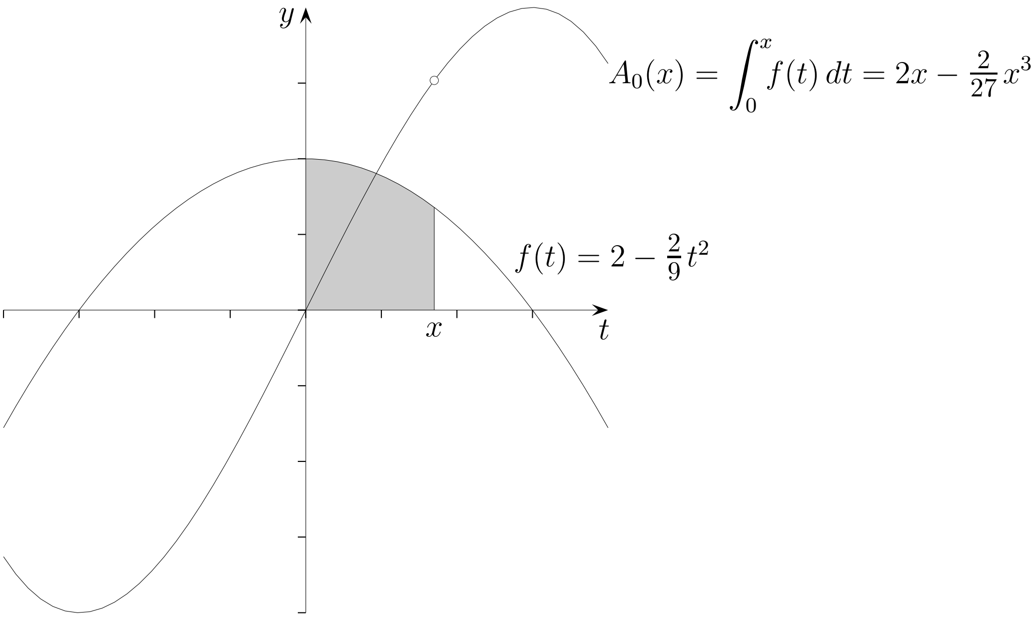
Schreibweise:

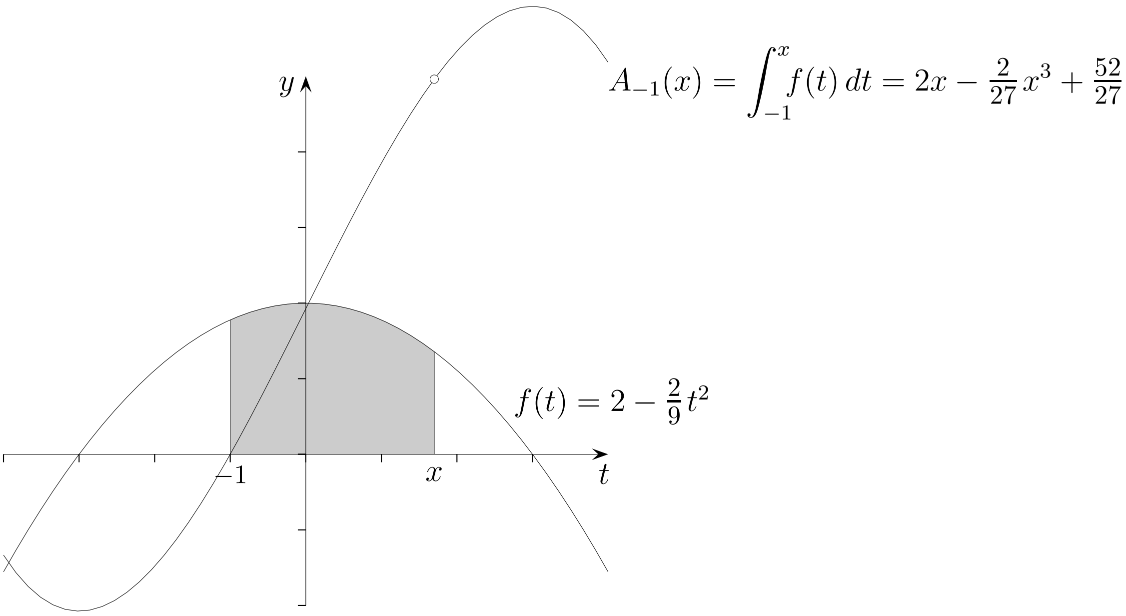
$$\underbrace{\int (\frac{1}{2}x + 1)\, dx}_{\textit{unbestimmtes Integral}} = \frac{1}{4}x^2 + x + \underbrace{C}_{\textit{Integrationskonstante}}$$

Integral- oder Inhaltsfunktion

Die Integralfunktion $A_a(x) = \int_a^x f(t)\,dt$

erfasst den Inhalt der Fläche unter dem Graphen von f in den Grenzen von a bis x.
Flächen unterhalb der x-Achse (t-Achse) werden negativ gerechnet.





Beachte: $\int_a^b f(t)\,dt = -\int_b^a f(t)\,dt$ $\qquad A_a(a) = 0 \qquad A'_a(x) = f(x)$

Die Integralfunktionen sind genau die Stammfunktionen mit (mindestens) einer Nullstelle.