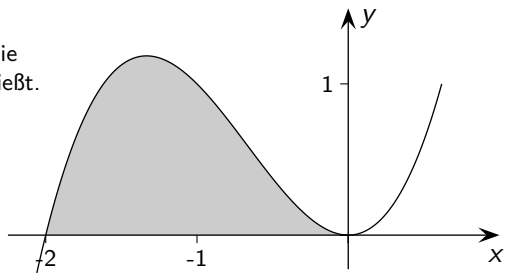


# Integralrechnung

G.Roofls

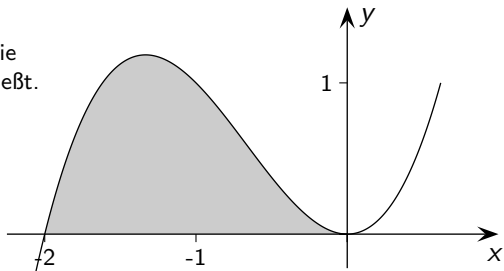
$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

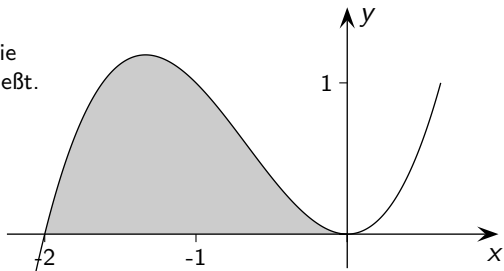
Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

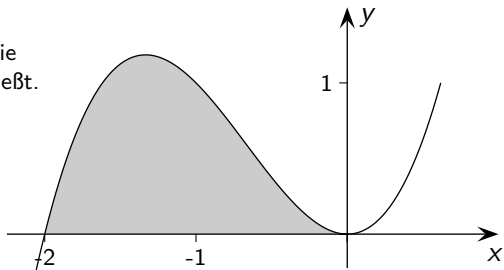


Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 =$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

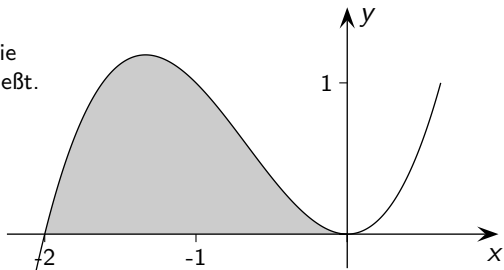


Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 = x^2$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

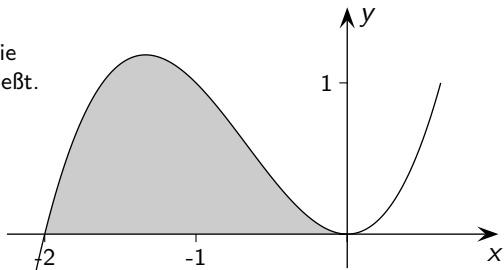


Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



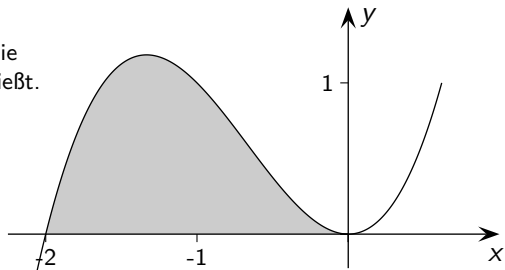
Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$$

Nullstellen:

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

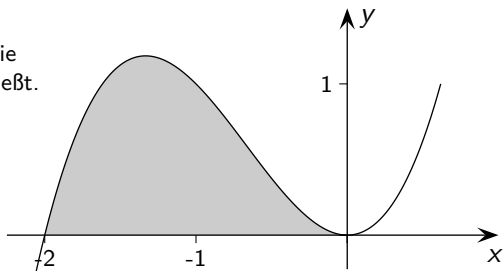
$$f(x) = x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$$

Nullstellen:  $x_1 = 0$ ,



$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



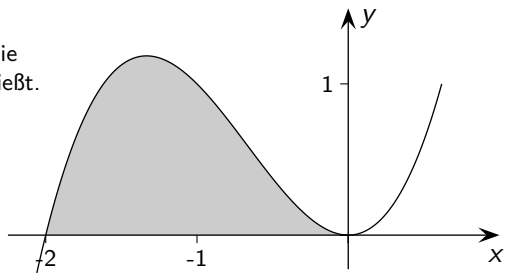
Zuerst sind die Nullstellen von  $f$  zu ermitteln.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$$

Nullstellen:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -2$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

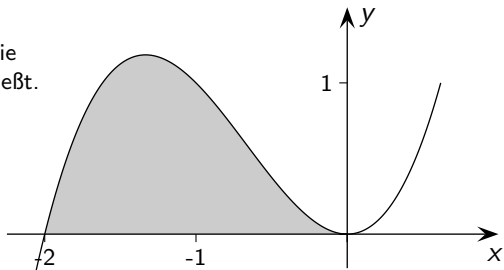
Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



$A =$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

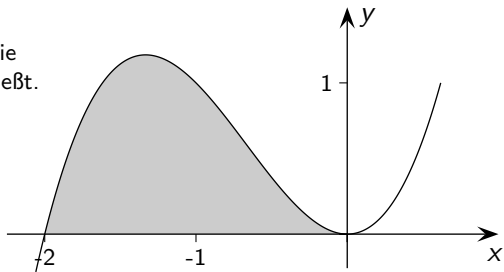


$$A = \int_{-2}^0$$

Grenzen, von links nach rechts

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

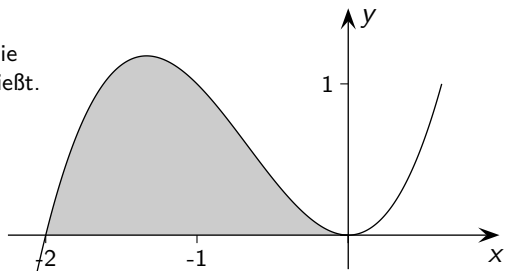
Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx =$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

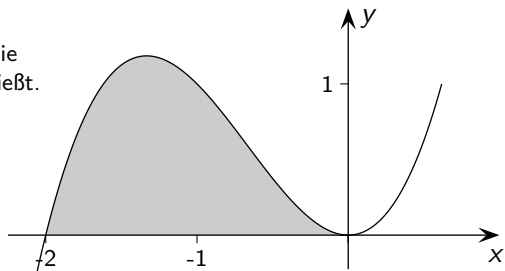


$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx = \left[ \quad \quad \right]$$

Hier sind eckige Klammern üblich.

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

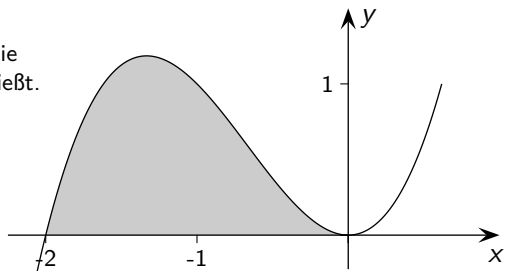


$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]$$

Stammfunktion, Probe  $F'(x) = f(x)$

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

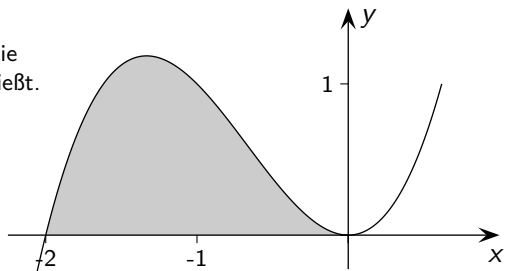


$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^0 =$$

Grenzen an die rechte eckige Klammer schreiben.

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.



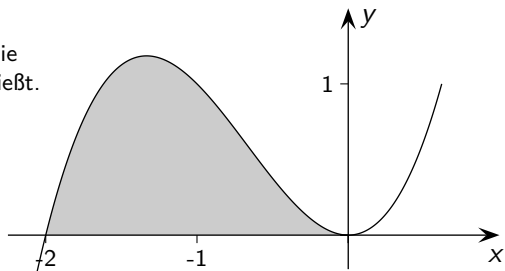
$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^0 = \dots =$$

$F(0) - F(-2)$ , erst 0 und dann  $-2$  einsetzen, auf Klammern achten



$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

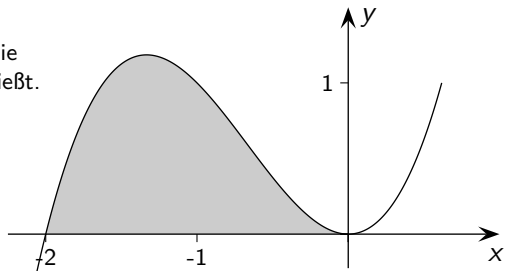


$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^0 = \dots = \frac{4}{3}$$

Ergebnis in Flächeneinheiten (FE)

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.

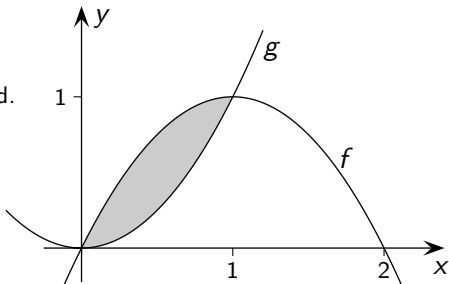


$$A = \int_{-2}^0 f(x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^0 = \dots = \frac{4}{3}$$

## Fläche zwischen zwei Graphen

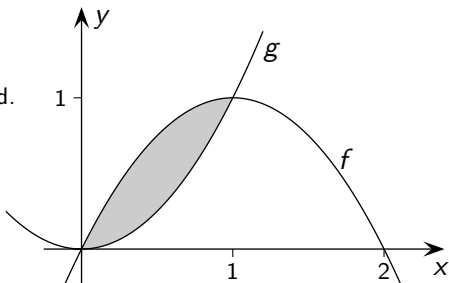
$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

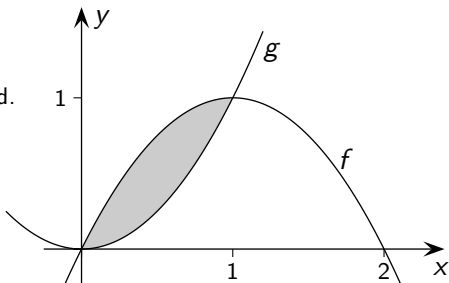
Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



Zuerst sind die Schnittstellen von  $f$  und  $g$  zu ermitteln.

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.

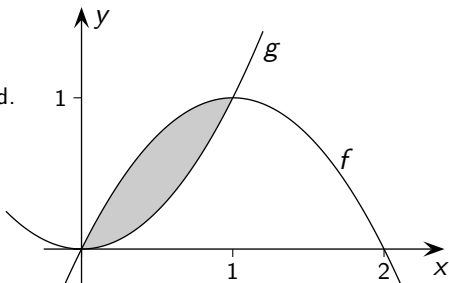


Zuerst sind die Schnittstellen von  $f$  und  $g$  zu ermitteln.

$$f(x) = g(x)$$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



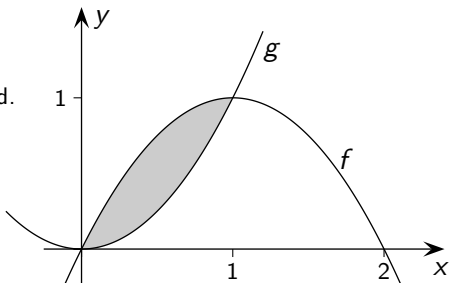
Zuerst sind die Schnittstellen von  $f$  und  $g$  zu ermitteln.

$$f(x) = g(x)$$

Schnittstellen:

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



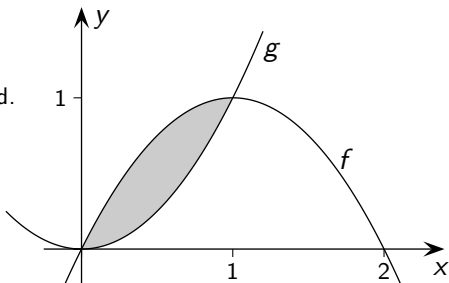
Zuerst sind die Schnittstellen von  $f$  und  $g$  zu ermitteln.

$$f(x) = g(x)$$

Schnittstellen:  $x_1 = 0,$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



Zuerst sind die Schnittstellen von  $f$  und  $g$  zu ermitteln.

$$f(x) = g(x)$$

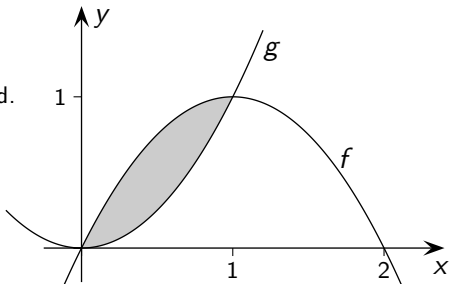
Schnittstellen:  $x_1 = 0, x_2 = 1$



## Fläche zwischen zwei Graphen

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

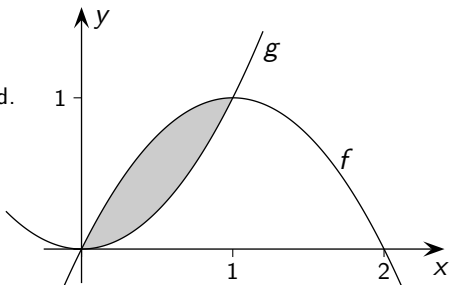
Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$A =$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

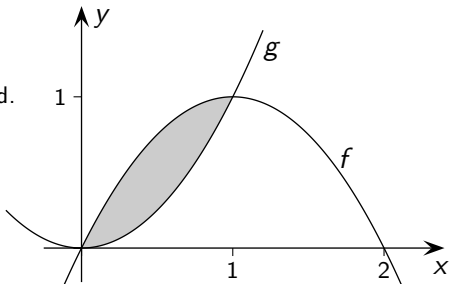
Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$$A = \int_0^1$$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

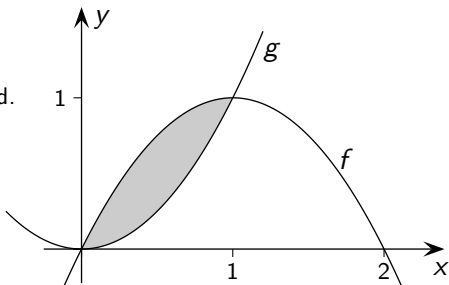
Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx =$$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

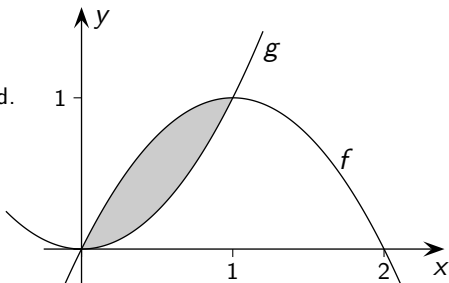
Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1$$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.

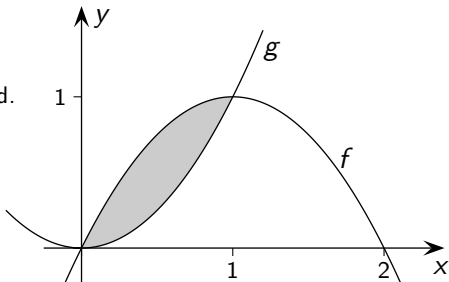


$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 \underbrace{(-x^2 + 2x - x^2)} dx =$$

Der Term kann vereinfacht werden.

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.

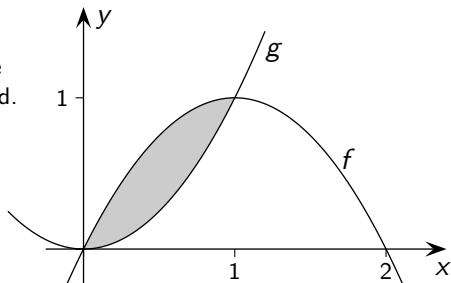


$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 \underbrace{(-x^2 + 2x - x^2)}_{-2x^2 + 2x} dx =$$

Der Term kann vereinfacht werden.

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.

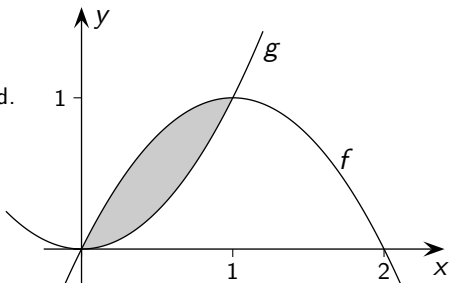


$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 \underbrace{(-x^2 + 2x - x^2)}_{-2x^2 + 2x} dx = \left[ \quad \right]$$

Der Term kann vereinfacht werden.

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



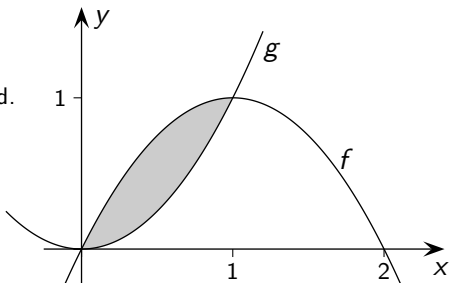
$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 \underbrace{(-x^2 + 2x - x^2)}_{-2x^2 + 2x} dx = \left[ -\frac{2x^3}{3} + x \right]$$

Der Term kann vereinfacht werden.



$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

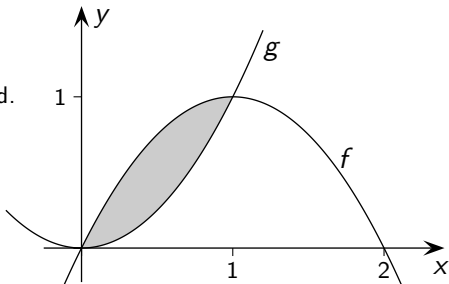
Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 \underbrace{(-x^2 + 2x - x^2)}_{-2x^2 + 2x} dx = \left[ -\frac{2x^3}{3} + x \right]_0^1 =$$

$$f(x) = -x^2 + 2x, \quad g(x) = x^2$$

Bestimme den Inhalt der Fläche, die von den Graphen eingeschlossen wird.



$$A = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 \underbrace{(-x^2 + 2x - x^2)}_{-2x^2 + 2x} dx = \left[ -\frac{2x^3}{3} + x \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$