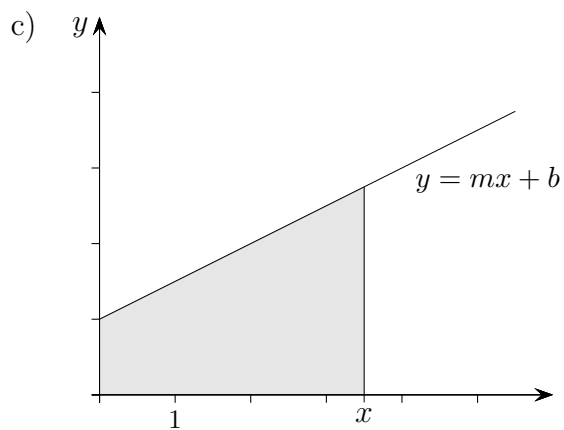
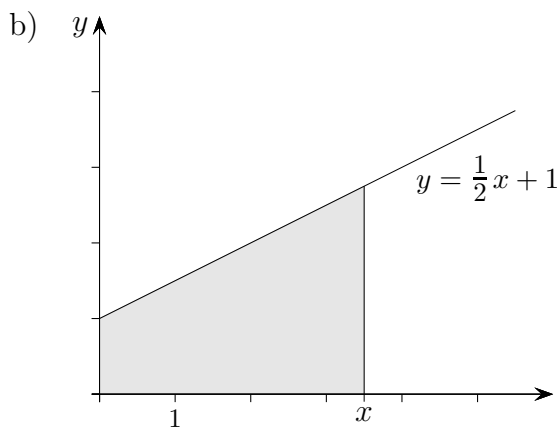
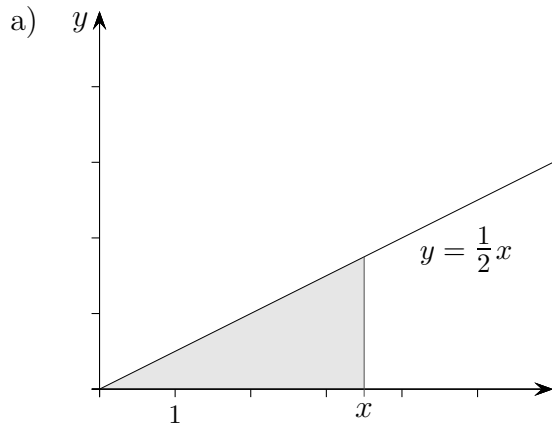


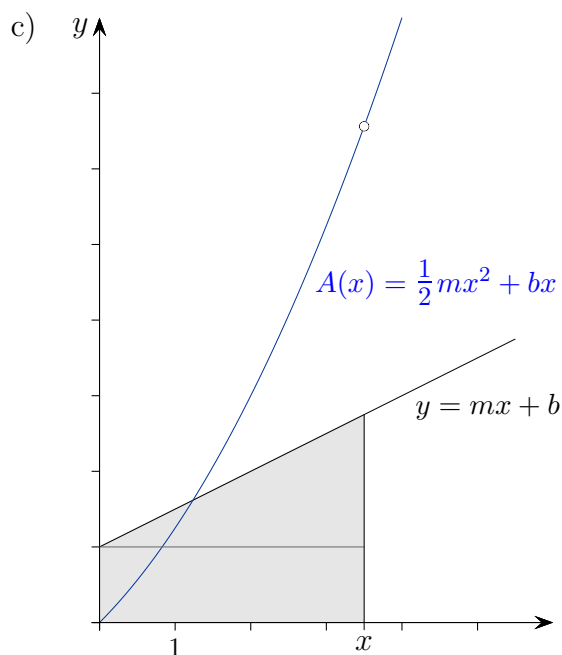
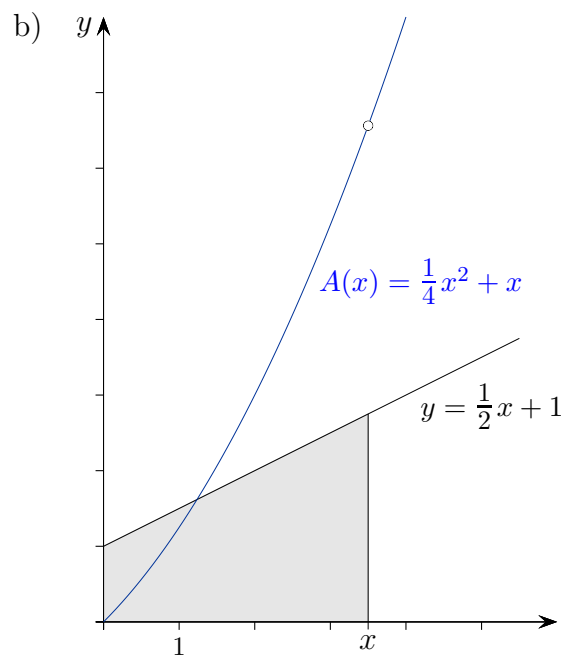
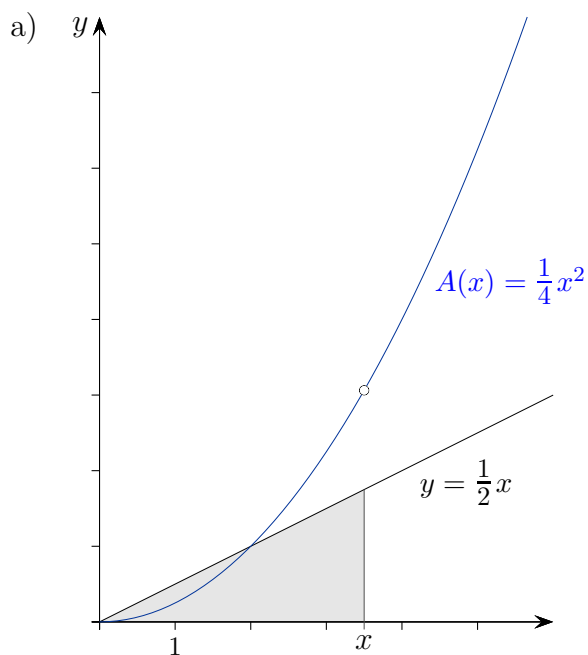
# Inhaltsfunktionen

Wir betrachten zunächst Flächeninhalte, die elementar berechnet werden können.  
Sei  $A(x)$  der Flächeninhalt unterhalb des Graphen in den Grenzen von 0 bis  $x$ .



# Inhaltsfunktionen

Wir betrachten zunächst Flächeninhalte, die elementar berechnet werden können.  
Sei  $A(x)$  der Flächeninhalt unterhalb des Graphen in den Grenzen von 0 bis  $x$ .



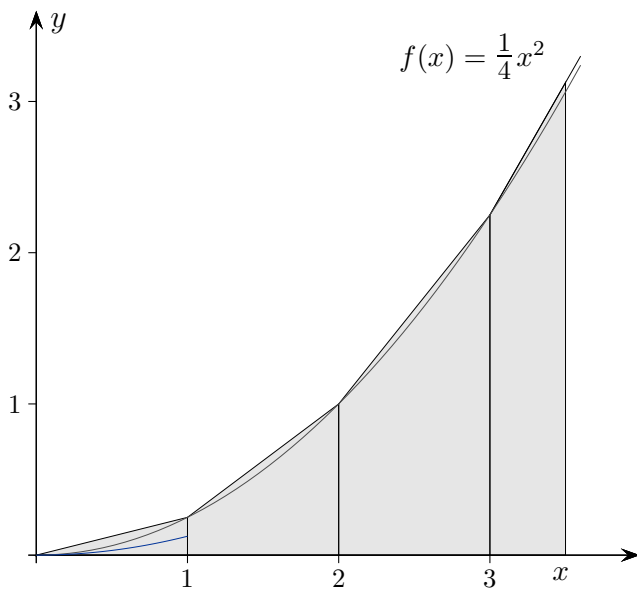
Stets gilt:  $A'(x) = f(x)$ .

Im Folgenden ist es nicht erforderlich, den Funktionsterm von  $A(x)$  aufzustellen.

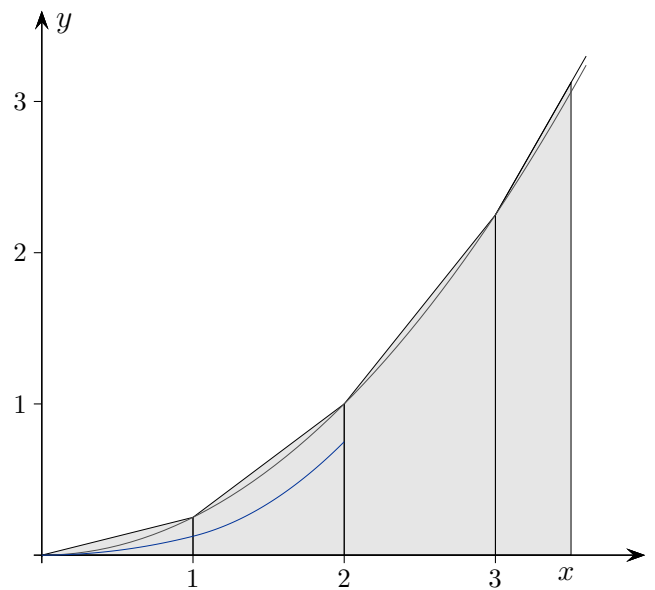
Es genügt zu wissen, dass  $A(x)$  eine Ableitung von  $f$  ist.

$A(x)$  setzt sich aus einem linearen Anteil (Rechteckinhalt  $bx$ ) und einem quadratischen (Dreiecksfläche, halber Rechteckinhalt  $x \cdot mx$ ) zusammen. Das Anwachsen von  $A(x)$  stelle man sich mit größer werdendem  $x$  dynamisch vor.

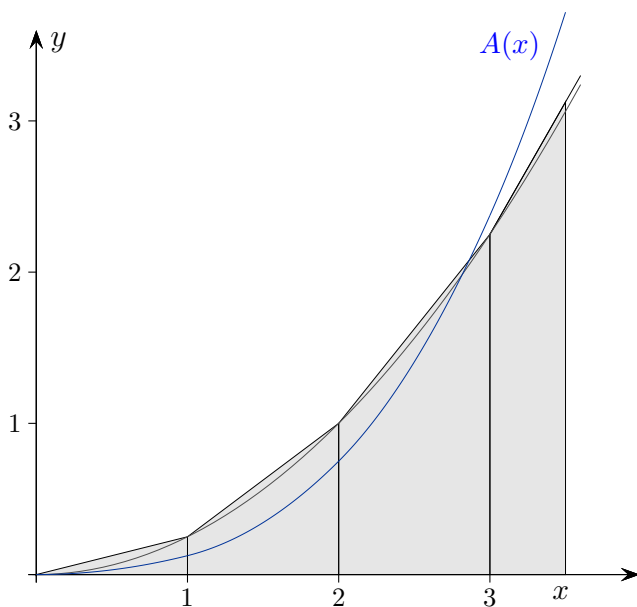
# Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung



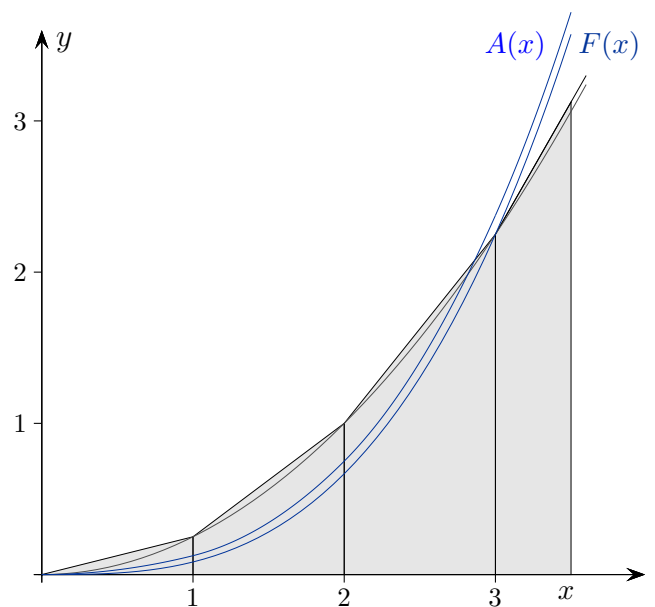
Der Graph von  $f$  wird durch eine stückweise lineare Funktion angenähert. Auf dem Intervall  $[0; 1]$  ist die Inhaltsfunktion  $A(x)$  vom Typ a).



An die Inhaltsfunktion auf  $[0; 1]$  wird auf dem Intervall  $[1; 2]$  ein Graph vom Typ c) stetig (ohne Sprung) drangesetzt, und so fort.



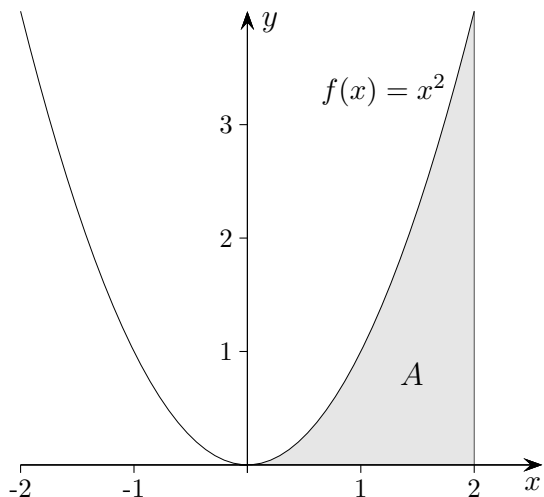
Bei feinerer Unterteilung verwischt der Unterschied zwischen  $f$  und der stückweise linearen Funktion<sup>1</sup>, sowie zwischen ihrer Aufleitung  $A(x)$  und der Aufleitung  $F(x)$  von  $f$ .



Für die Berechnung der Fläche unter dem Graphen von  $f$  wird statt  $A(x)$  die einfacher zu bildende Aufleitung  $F(x)$  von  $f$  verwendet, zunächst mit  $F(0) = 0$ .

<sup>1</sup> Wir wollen es bei der Anschauung bewenden lassen.

In den wenigen Fällen, bei denen die Ableitung von  $f$  nicht möglich ist, z.B. bei  $f(x) = 2^{-x^2}$ , kann zur Flächenberechnung  $A(x)$  mit einer geeigneten Unterteilung ermittelt werden.



$$F(x) = \frac{1}{3} x^3$$

$$A = \frac{8}{3}$$

Eine Funktion  $F$  heißt Stammfunktion zu einer gegebenen Funktion  $f$ , wenn  $F'(x) = f(x)$  ist. Mit  $F$  ist auch  $F + C$  eine Stammfunktion mit einem konstanten Summanden  $C$ .

Zur Flächenberechnung kann eine beliebige Stammfunktion (vorzugsweise  $C = 0$ ) verwendet werden, da in der Differenz  $F(b) - F(a)$  der Summand  $C$  herausfällt.

Schreibweise:

$$A = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$A = \int_a^b \frac{1}{4} x^2 dx = \left[ \frac{1}{12} x^3 \right]_a^b = \frac{1}{12} b^3 - \frac{1}{12} a^3$$

Hauptsatz Geogebra  
Startseite