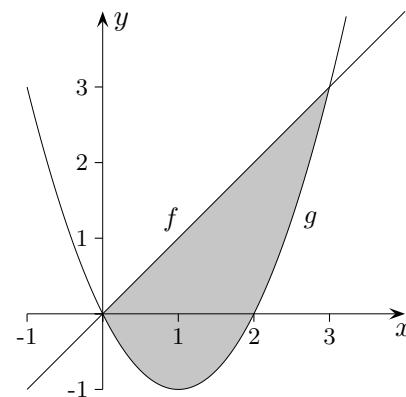


Fläche zwischen zwei Graphen

1. Gegeben sind die Funktionen:

$$f(x) = x \quad \text{und} \quad g(x) = x^2 - 2x$$

Berechne den Inhalt der von den Graphen eingeschlossenen Fläche.



Die Lösungsidee ist der Zeichnung zu entnehmen.

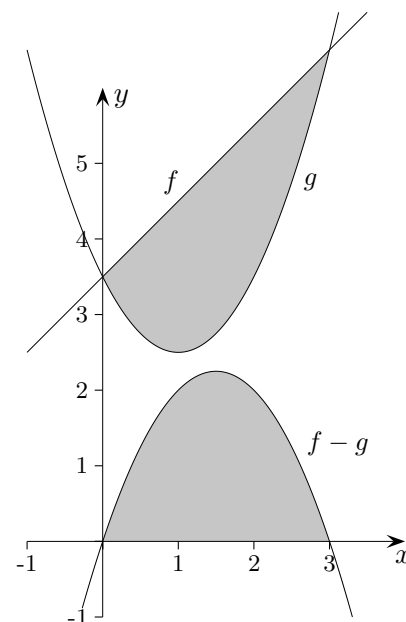
Beachte:

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b ((f(x) + k) - (g(x) + k)) dx = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \int_0^3 (x - (x^2 - 2x)) dx &= \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 = \dots = \frac{9}{2} \end{aligned}$$



2. Gegeben sind die Funktionen:

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = x - x^3$$

Berechne den Inhalt der von den Graphen eingeschlossenen Flächen.

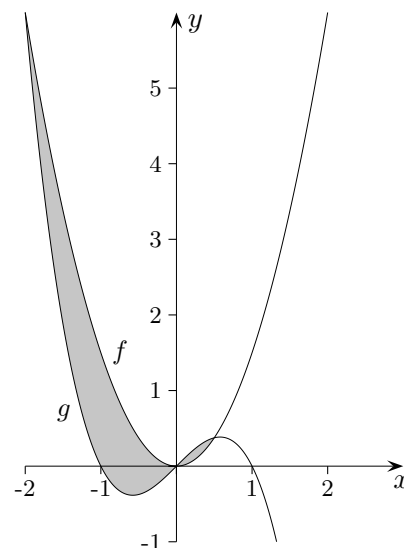
Lösung:

$$A_1 = \int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx = 2$$

$$A_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x)) dx = \frac{3}{64}$$

Gesamtfläche mit dem GTR:

$$\text{fnInt}(\text{abs}(x - x^3 - 3/2x^2), x, -2, 0.5) = 2,047$$

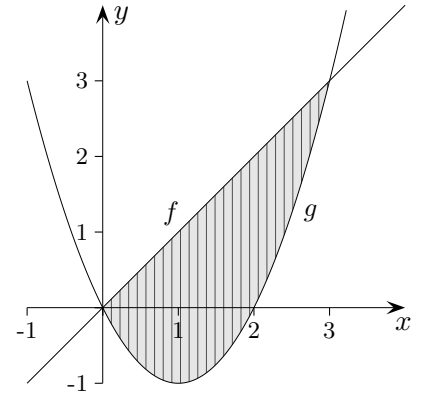


Fläche zwischen zwei Graphen

1. Gegeben sind die Funktionen:

$$f(x) = x \quad \text{und} \quad g(x) = x^2 - 2x$$

Berechne den Inhalt der von den Graphen eingeschlossenen Fläche.

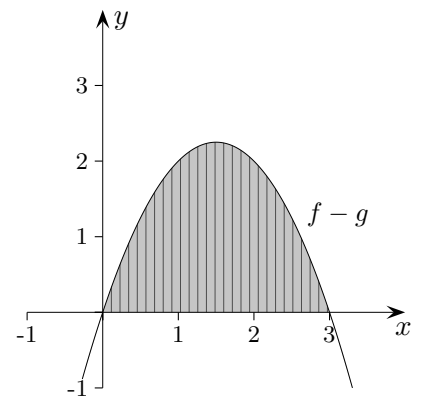


Die Lösungsidee ist der Zeichnung zu entnehmen.

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

$$A = \int_0^3 (x - (x^2 - 2x)) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx =$$

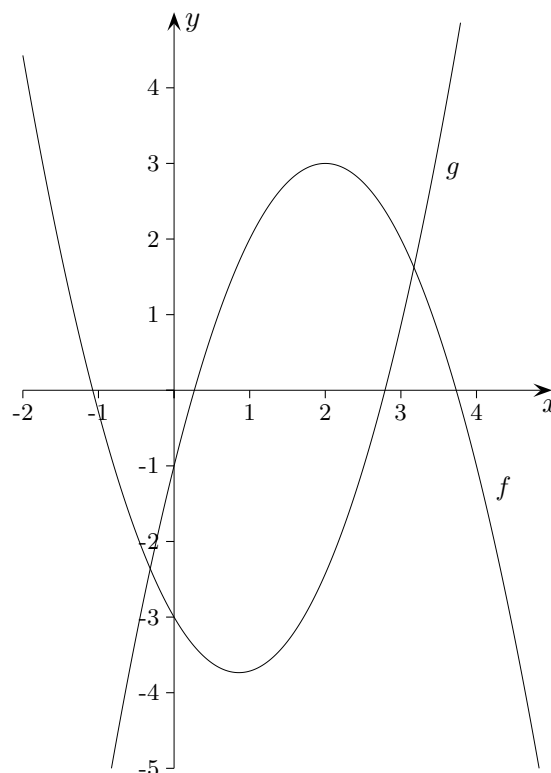
$$\left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 = \dots = \frac{9}{2}$$



Fläche zwischen zwei Graphen GTR

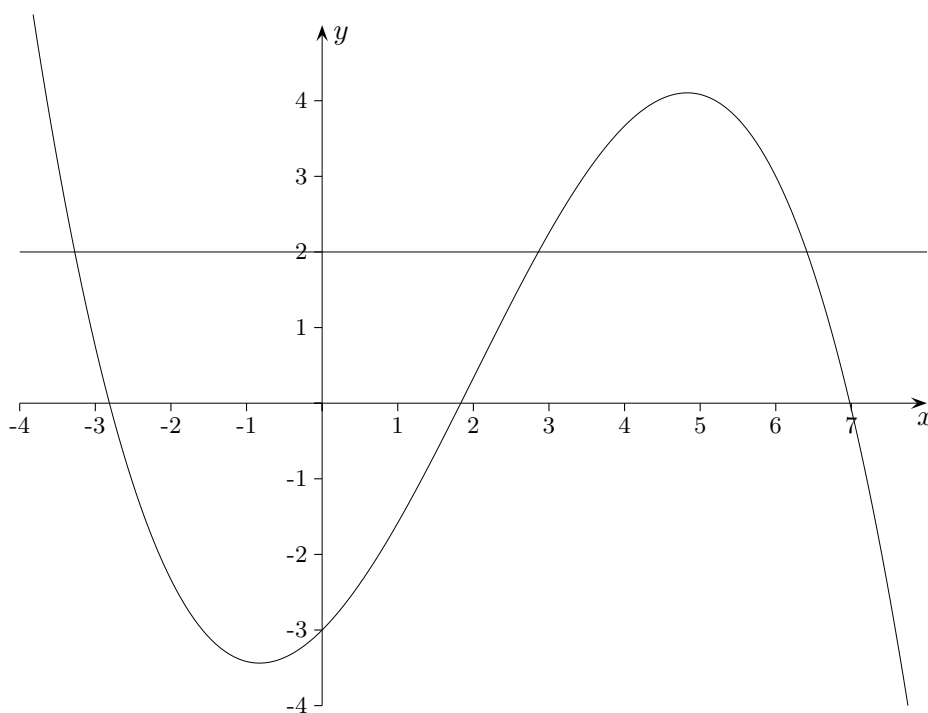
1. Gegeben sind die Parabeln $f(x) = -x^2 + 4x - 1$
 und $g(x) = x^2 - \frac{12}{7}x - 3$.

Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.



2. Gegeben sind die Funktion $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 3$
 und die Gerade $y = 2$.

Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.

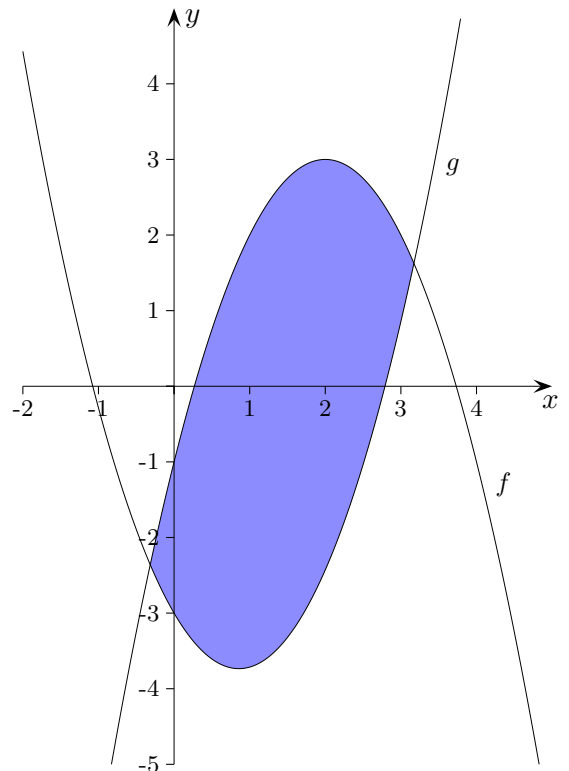


Fläche zwischen zwei Graphen Ergebnisse

1. Gegeben sind die Parabeln $f(x) = -x^2 + 4x - 1$
 und $g(x) = x^2 - \frac{12}{7}x - 3$.

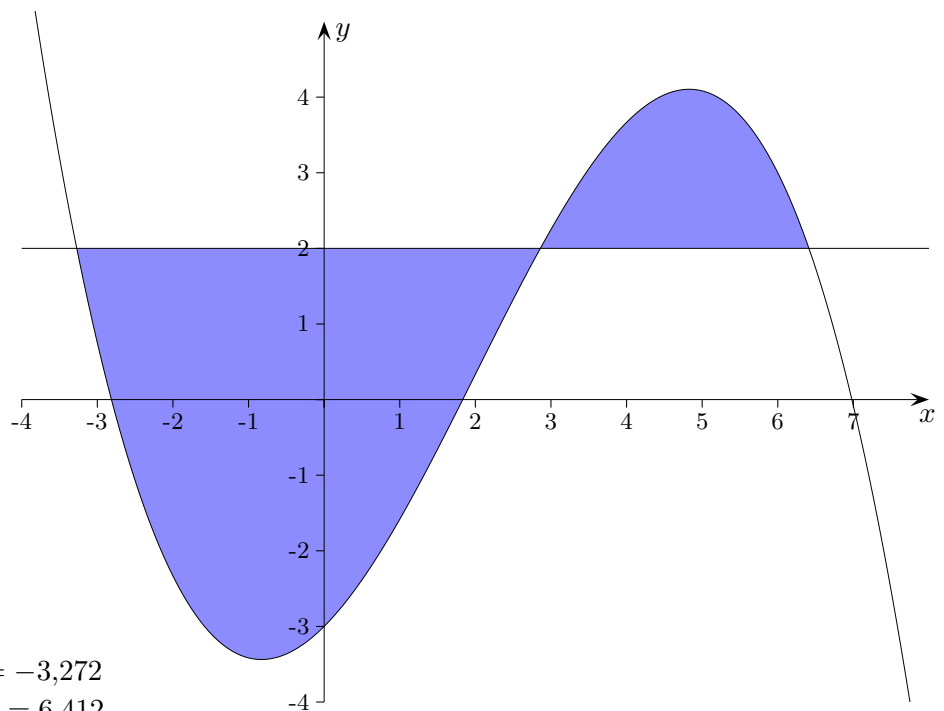
Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.

Schnittstellen: $x_1 = -0,315$; $x_2 = 3,172$
 $A = 14,14$ (FE)



2. Gegeben sind die Funktion $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 3$
 und die Gerade $y = 2$.

Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.



Schnittstellen: $x_1 = -3,272$
 $x_2 = 2,860$ $x_3 = 6,412$
 $A = 21,192 + 4,923 = 26,12$ (FE)

Unbegrenzte Fläche

3. Gegeben sind die Funktionen:

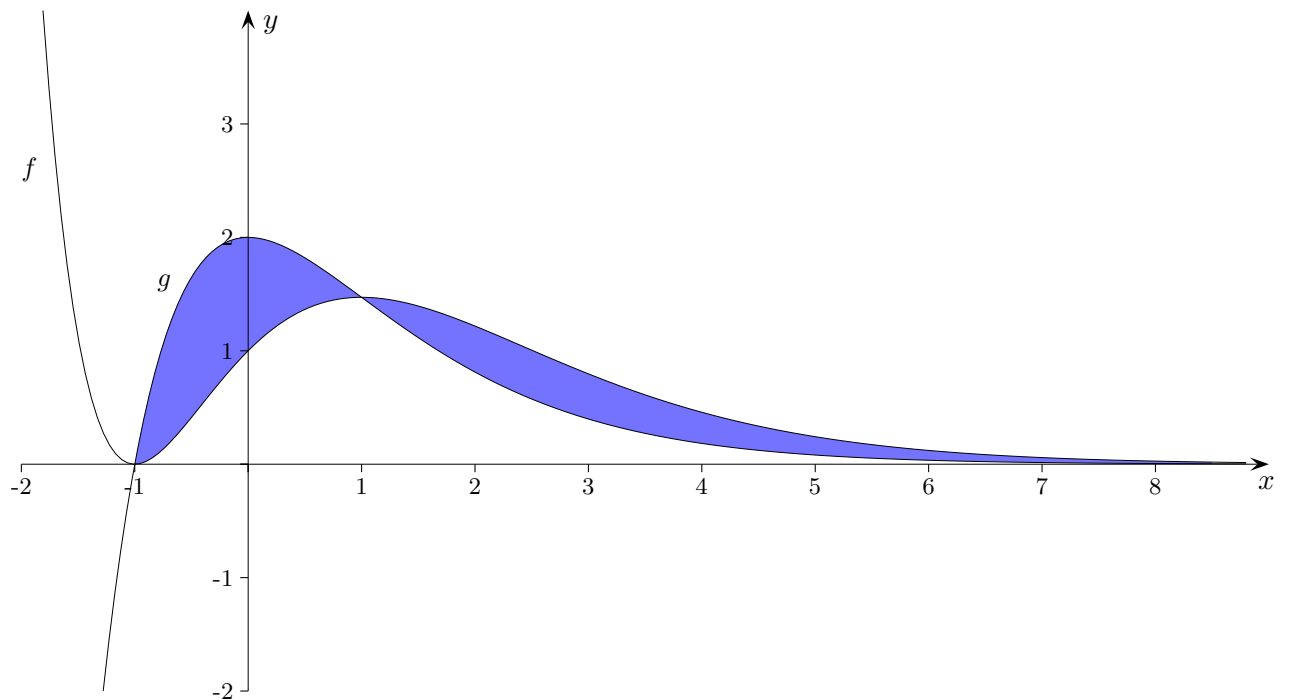
$$f(x) = (x + 1)^2 \cdot e^{-x}$$

$$g(x) = 2(x + 1) \cdot e^{-x}$$

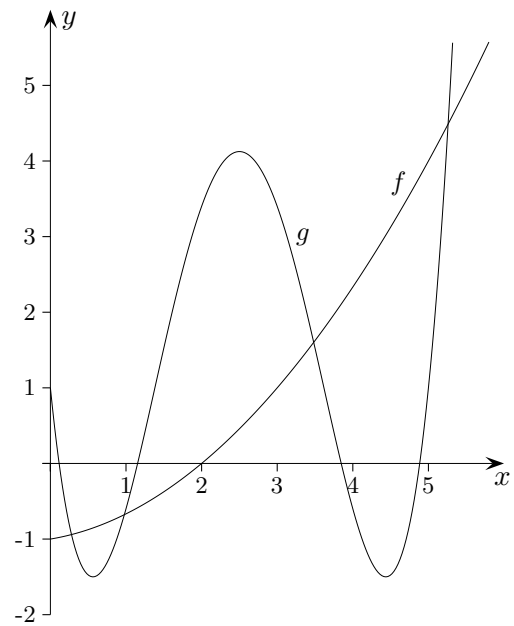
Deuten Sie $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{-1}^t (f(x) - g(x)) dx = 0$ geometrisch.

Zeigen Sie, dass $f'(x) = g(x) - f(x)$ gilt und berechnen Sie den Inhalt der Fläche A , die im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ von den Graphen von f und g eingeschlossen wird.

[zur Kontrolle: $A = \frac{4}{e}$]



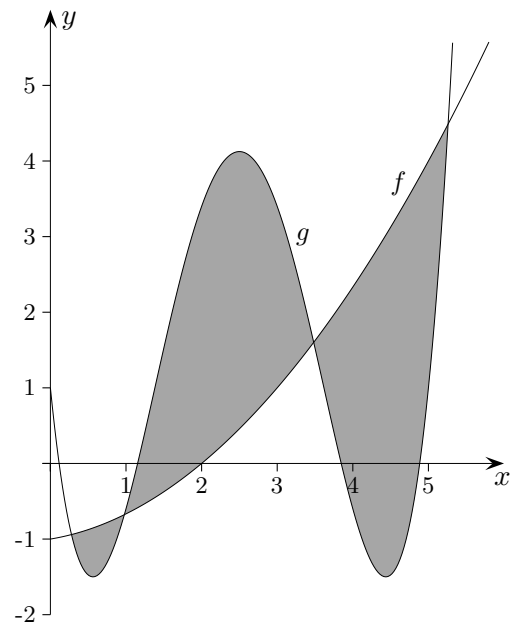
Fläche zwischen zwei Graphen



4. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{2}{5}x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 10x + 1$
und $g(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 1$

Bestimme den Inhalt der von den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche.

Fläche zwischen zwei Graphen



4. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{2}{5}x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 10x + 1$
und $g(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 1$

Bestimme den Inhalt der von den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche.

äußere Schnittstellen: $x_1 = 0,279$; $x_2 = 5,260$

Berechne das Integral von $|f(x) - g(x)|$ in diesen Grenzen.

$A = 11,425$ (FE)

Die Berührungspunkte der Tangenten von $f(x) = x^2 + 1$ an den Stellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 2$ bilden mit dem Schnittpunkt ein Dreieck. In welchem Verhältnis teilt die Parabel die Dreiecksfläche? Man kann zeigen, dass das Verhältnis von den Berührungspunkten unabhängig ist.

